PUBLICACIONES DE LA ESCUELA MODERNA

ELEMENTOS DE ARITMÉTICA

VOLUMEN DE LOS PRINCIPIANTES

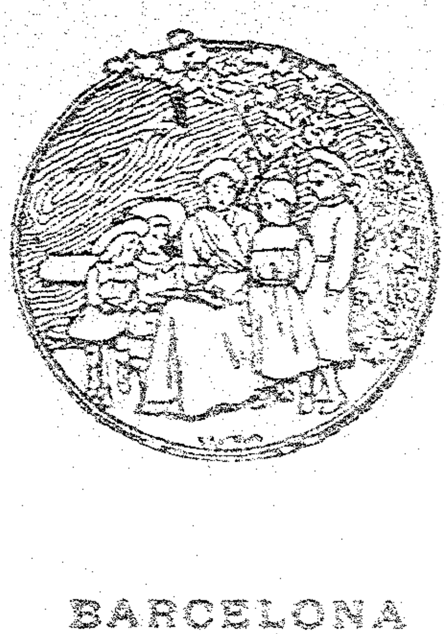
La Numeración y las 4 reglas
por CONDORCET

precedidas de

Los primeros principios de la Aritmética
por PARAF-JAVAL

y seguidas de

Ejercicios, por HENRY VOGT



BARCELONA
Calle de Bailén, núm. 56
1905

ELEMENTOS DE ARITMÉTICA

VOLUMEN DE LOS PRINCIPIANTES

PUBLICACIONES DE LA ESCUELA MODERNA

ELEMENTOS DE ARITMÉTICA

VOLUMEN DE LOS PRINCIPIANTES

LA NUMERACIÓN Y LAS 4 REGLAS

POR **CONDORCET**

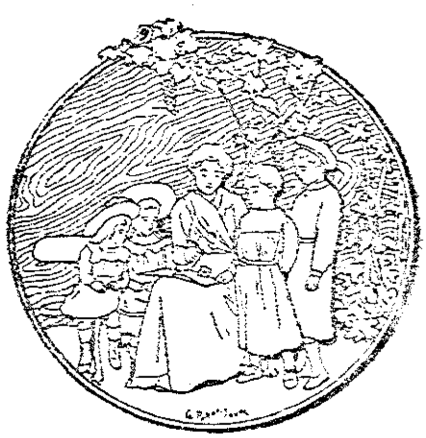
PRECEDIDAS DE

LOS PRIMEROS PRINCIPIOS DE LA ARITMÉTICA

POR **PARAF-JAVAL**

Y SEGUIDAS DE

EJERCICIOS, POR **HENRY VOGT**



BARCELONA

CALLE DE BAILÉN, NÚM. 56

1905

Imprenta de Antonio López, calle del Olmo, 8, Barcelona

ÍNDICE

PRIMERA PARTE

SEGUNDA PARTE

PREFACIO

Como el título lo indica, este volumen se dirige á los principiantes: comprende lo que se ha convenido en llamar la numeración y las cuatro reglas; va precedido de una primera parte denominada «Primeros principios,» y termina por unos ejercicios.

En la Escuela Moderna, antes de enseñar á los alumnos la astronomía y la geología; antes de someterles las clasificaciones mineralógicas, botánicas y zoológicas, procuramos que se penetren bien de la idea de *transformismo* que debe guiarles en estos estudios; tenemos empeño en demostrarles bien que esta idea deriva de NOCIONES EXPERIMENTALES LÓGICAS Y VERIFICABLES, y NO DE CONCEPCIONES SOBRENATURALES, ABSURDAS, ILÓGICAS, EN DESACUERDO CON LA EXPERIENCIA. La base de todas las ciencias es experimental, su objeto es utilitario. He aquí lo que explican á los pequeños nuestra CARTILLA, primer libro de lectura, y á los mayores *La Substancia Universal*.

Creemos indispensable, en el dominio especial de las ciencias llamadas matemáticas, hacer comprender claramente á todos aquellos á quienes las enseñamos, que la base de estas ciencias es tan experimental como la de otras ciencias y que su objeto es también utilitario.

Llamamos la atención de los profesores sobre la importancia de mostrar á los alumnos que *las defi-*

niciones dadas resultan de la experiencia, y que consecuencia de ésta es la aceptación de estas definiciones.

Un *cuerpo,* cosa ú objeto es lo que podemos distinguir de cuanto nos rodea; he ahí una definición fundamental. Se trata de mostrar á los niños cuerpos muy diferentes unos de otros y tomar uno de ellos, yeso, por ejemplo, y evidenciar que si miramos con una lente el polvo de yeso podemos decir: «este cuerpo (yeso) está compuesto de cuerpos más pequeños.»

Se procederá del mismo modo respecto de las ideas de *identidad* y de *igualdad,* de *unidad* y de *pluralidad,* etc., y de *número;* y se demostrará la importancia de dar nombres á las diversas pluralidades. Se hará ver la conveniencia de llamar siempre por el mismo vocablo las pluralidades compuestas del mismo número de unidades, si se quiere evitar confusiones perpetuas, toda vez que el principio de un lenguaje racional consiste en que una misma palabra debe aplicarse siempre á una misma cosa.

Así se llega á la idea de *numeración* (numeración hablada, numeración escrita).

Llegado á este punto, se hará observar que pueden tomarse sucesivamente todas las unidades de una pluralidad para ponerlas con las unidades de otra pluralidad y que entonces será indispensable modificar el nombre de esta otra pluralidad. Hallar el nombre de esta otra pluralidad es el objeto de la *adición,* y se podría definir la adición: una operación que consiste en hallar rápidamente el nombre que ha de darse á una pluralidad formada de varias pluralidades reunidas en una sola.

También se observará que se puede tomar sucesivamente cierto número de unidades que compongan una pluralidad para ponerlas en otra parte, y que entonces será indispensable modificar el nombre de la pluralidad de la cual se hayan retirado así unidades. Hallar este nuevo nombre es el objeto de la *sustracción*, y se podría definir la sustracción: una operación que consiste en hallar rápidamente el nombre que ha de darse á una pluralidad de la que se han tomado ciertas unidades para ponerlas en otra parte.

Recomendamos vivamente á los profesores que den á los pequeños todas estas explicaciones, sirviéndose para ello de objetos idénticos que agruparán de modos diferentes.

Se mostrará de la misma manera que la *multiplicación* consiste en encontrar rápidamente el nombre que ha de darse á una pluralidad compuesta de cierto número de pluralidades iguales, es decir, que comprenden el mismo número de unidades; y que la *división* consiste en hallar, sea el número de las diferentes pluralidades iguales que componen cierta pluralidad, sea el nombre del número de estas pluralidades iguales.

Ahí se detiene en realidad el volumen de los principiantes. Hemos pensado, no obstante, que convenía desde un principio dar á los niños una idea muy clara del conjunto de lo que se llama ciencia de los números, y al efecto conviene explicar tan cuidadosa y tan claramente como sea posible el punto de partida y el encadenamiento de las ideas que forman el objeto de esta ciencia.

Nuestra época es un período transitorio, y los libros habituales de enseñanza están imbuídos de detestables principios metafísicos. Nunca será excesivo el empeño que pongan los profesores en fijar sobre datos positivos el conjunto y el detalle de sus enseñanzas. El trabajo de Condorcet servirá, á este propósito, de excelente guía; pero esto no basta: es preciso fijar la atención del alumno en el conjunto, mostrándole los resultados prácticos obtenidos por el hombre gracias á esta ciencia de la aritmética, ciencia tan *natural* y tan *experimental* como cualquiera otra.

La idea de combinación de los números admirará á los niños por su fecundidad. Hablándoles de la división, será fácil, por ejemplo, prepararles á considerar la *divisibilidad*.

El estudio de las tablas de multiplicación y de división podrá, por la indicación de la diagonal de los cuadrados, servir de pretexto para prepararles á las ideas de *potencia* y *raíz*.

No se vacilará en indicar á los niños, aunque sólo sea por definiciones precisas, la idea de relación unida á la idea de comparación, y jamás se les dejará perder de vista esta noción fundamental, que un número es el resultado de la comparación entre un objeto y la pluralidad de objetos de que este objeto (unidad) forma parte. Lo que á primera vista puede parecer muy complicado puede siempre ser referido á nociones experimentales muy sencillas. Tales son las ideas de *relación*, *proporciones*, *progresiones* y *logaritmos*, á las que conviene preparar los alumnos desde la enseñanza elemental de la sustracción y de la división.

Podrá, por ejemplo, decirse cosas de este género:

dados dos objetos separados, ¿cómo se llegarán á conocer sus semejanzas y sus diferencias? Convendrá aproximarlos y aproximarlos ante sus ojos. Eso es lo que constituye el acto de *comparación*. El resultado de la comparación es una relación. En aritmética se comparan números. Sean los números 7 y 4. Para llegar á conocer las semejanzas ó las diferencias que existen entre estos dos números, conviene aproximarlos por escrito (ó mentalmente, lo mismo da). Colocados estos números uno al lado del otro constituyen la expresión de una relación. Se ve inmediatamente que 7 es superior á 4, y se puede calcular la diferencia entre 7 y 4. La relación entre 7 y 3 es 7 — 4 (ó, si se quiere efectuar el cálculo, 3). Una relación de este género se llamará *relación por diferencia*. Del mismo modo la relación por diferencia entre 24 y 4 es 24 — 4 ó 20. Pero aquí se observa que 20 es aún superior á 4, y puede preguntarse en cuánto. De esa manera se puede llegar, si se quiere comparar 24 á 4, no á hacer una sola sustracción por 4, sino á una serie de sustracciones, lo que equivale á dividir 24 por 4. Así se puede percibir la relación entre dos números dividiéndolos uno por otro, y una relación de este género se llama *relación por cociente*. La relación por cociente entre 24 y 4 es 24 : 4 (ó, si se quiere efectuar el cálculo, 3).

Sólo hemos querido mostrar aquí una vez más por un ejemplo que es posible dar á los principiantes esta idea tan importante de relación, y de hacerles entrever las consecuencias.

La idea de *fracción* está muy claramente indicada en la undécima lección de Condorcet.

Respecto de la idea de *grandor*, cuando los alumnos hayan comprendido bien lo que es *contar* y *calcular*, se les hará concebir la posibilidad de *medir*, es decir, de utilizar los números *discontinuos* para evaluar los grandores *continuos*.

Un niño comprenderá inmediatamente que no pueda contarse el agua de un recipiente, pero que puede contarse el número de botellas iguales que pueden llenarse con el agua de ese recipiente, y de esa manera se podrá ya indicar la importancia de la elección de unidades de comparación.

De ese modo, los alumnos que, con la ayuda de los profesores, hayan terminado el volumen de los principiantes, se hallarán *preparados* para aprender con más detalles un estudio bien comenzado.

He aquí por qué hemos pensado que convendría no poner en este volumen más que la numeración y las cuatro reglas. Cuando los niños sepan contar bien, comprendan la utilidad práctica de los números, comiencen á calcular y á comprender el objeto práctico del cálculo, entonces, y solamente entonces se podrá emprender con provecho el estudio metódico y más completo de lo que se refiere á las relaciones entre los números y á la medida de los grandores por medio de los números.

Nada diremos aquí de particular respecto de las lecciones de Condorcet y de los ejercicios de Henri Vogt. Los ejercicios deberán acompañar á la enseñanza teórica, y son de naturaleza que pueden también ejecutarse mentalmente.

Los primeros principios, que sirven aquí de orientación general, dan idea del volumen de aritmética que seguirá á este *volumen de los principiantes.*

Enero, 1905.

PRIMERA PARTE

Primeros Principios

Definición de la Aritmética.

ARITMÉTICA viene de dos palabras griegas ARITHMOS = *número*, y TECHNE = *ciencia. La Aritmética es la ciencia de los números.*

Conviene, pues, ante todo, explicar la idea de número.

Cuerpo, cosa ú objeto.

Entendemos por CUERPO, COSA ú OBJETO lo que reconocemos ser y estar separado y distinto de cuanto lo rodea.

Ejemplo: un trozo de creta es un cuerpo, una cosa ó un objeto.

Este cuerpo puede ser él mismo considerado como estando compuesto de cuerpos, que se distinguen si se mira con la lente, de polvo de creta.

Identidad é igualdad.

Cuando no podemos distinguir dos ó más cuerpos de otro modo que por su situación, decimos que son *idénticos*.

Cuando consideramos los cuerpos pensando en sus caracteres comunes y omitiendo voluntariamente pensar en los otros caracteres, decimos que esos objetos son *iguales* por esos caracteres.

Ejemplos: Dícese: Esos dos granos de plomo son *idénticos*. Ese pedazo de cobre y ese manojo de cebollas son *iguales* en peso.

Unidad y pluralidad.

Nos damos cuenta de que podemos ver un objeto aisladamente ó que podemos verle en un sitio donde hay otros objetos.

Llamaremos *unidad* al objeto aislado y *pluralidad* al conjunto de los objetos.

Número.

El resultado de la comparación entre un objeto y la pluralidad de objetos de que forma parte, se llama el *número* de los objetos.

La Aritmética es una ciencia experimental.

Siendo la Aritmética la ciencia de los números, resulta de lo que precede que la experiencia es la base de la Aritmética como de todas las ciencias.

Números concretos y abstractos.

Cuando, en realidad ó por suposición, se compara cierto número de objetos iguales y determinados á uno de esos objetos, el resultado de la comparación se llama *número concreto* (del latín CONCRETUS = *compuesto). *Un cuerpo puede ser considerado como compuesto de un conjunto de propiedades que obran sobre nuestros sentidos. (Véase los *Primeros Principios* de los *Elementos de Geometría.)*

Ejemplos: Tres peras, siete caballos, nueve casas.

Si se supone que se compara, á un objeto que forma parte de una pluralidad de objetos esta pluralidad de objetos, que se suponen iguales, pero cuya naturaleza no se determina ó cuya naturaleza se olvida voluntariamente (abstracción), para no retener más que la suposición de que son iguales, el resultado de esta comparación supuesta se llama *número abstracto,* del latín ABSTRACTUS = *echado fuera, separado.* (Véase en los *Elementos de Geometría* el párrafo *abstracción.)*

Ejemplos: Tres, siete, nueve.

Cantidad.

Se llama *cantidad* de objetos toda reunión de objetos ó de porciones de objetos. (Véase en los *Elementos de Geometría* los párrafos *cantidad y grandor, más y menos, discontinuidad y continuidad,* etc.)

Más y menos.

Si consideramos una pluralidad de objetos, podemos siempre suponer que un objeto de la misma naturaleza colocado en otro lugar (ó una parte de objeto) puede ser tomado y colocado con la pluralidad.

De ahí la idea de *más,* de *adición.*

De la misma manera, si consideramos una pluralidad de objetos, podemos suponer siempre que uno de los objetos de la pluralidad (ó una porción de objeto) puede ser retirado de la pluralidad y colocado en otro lugar.

De ahí la idea de *menos,* de *sustracción.*

La sucesión de los números es ilimitada.

Se ve que un número cualquiera puede permitir siempre formar un número mayor que él, sea que se le añada una unidad, ó sucesivamente varias unidades, sea que se le añada una porción de unidad ó sucesivamente varias porciones de unidad.

Del mismo modo, un número puede permitir formar un número menor que él, sea que se le sustraiga una unidad, ó sucesivamente varias unidades, sea que le sustraigan una porción de unidad ó sucesivamente varias porciones de unidad.

El cero no es número.

Cuando no se tiene más que una sola unidad y ésta se retira, no se forma otro número, porque no queda nada.

Cero significa en árabe *círculo* ó *espacio vacío,* y, en efecto, por un círculo representaban los árabes y representamos nosotros en el día la idea de «*nada,*» «*ninguno,*» «*ninguna,*» «*ningún.*»

Ejemplos: $1 + 0 = 1$ significa que si no se añade nada á una unidad se tiene una unidad.

$1 \times 0 = 0$ significa que si no se toma ninguna vez una unidad no se tiene ninguna unidad.

10 significa que se tiene una decena y no unidades.

Etc., etc.

Infinito é indefinido*

Se ha convenido en llamar *infinito* lo que se supone mayor que toda cantidad dada. Lo mismo que el cero, el infinito no es un número, puesto que todo número puede siempre servir para formar otro número, y el infinito no puede.

Se ha convenido en llamar *indefinido* lo que tiende á ser mayor que toda cantidad dada.

Fracciones.

Si se divide la unidad en partes iguales, estas partes se llaman *fracciones.* (Véase en los *Elementos de Geometría* el párrafo *relación.)*

Números enteros, fracciones, números fraccionarios.

Hay, pues, tres clases de números:

—Los *números enteros,* que no contienen más que unidades. Ejemplo: Uno, dos, tres, cinco.

—Las *fracciones,* que contienen partes de unidad. Ejemplo: Cuatro quintos, seis novenos.

—Los *números fraccionarios,* que contienen unidades y fracciones de unidades. Ejemplo: Uno y tres cuartos, siete y dos quintos.

Numeración.

(Del latín NUMERARE = *contar.)*

En cuanto se tiene la idea de cantidad y la idea de nú-

---

* Las nociones de *infinito* y de *indefinido* se aplican igualmente á los grandores.

mero, se llega á la necesidad de distinguir los números entre sí, de designarlos por palabras (lenguaje) y por signos (escritura).

La numeración es la parte de la Aritmética en que se aprende á expresar todos los números por medio de palabras *(numeración hablada)* y por medio de signos *(numeración escrita)*.

De que cada número pueda ser expresado por una palabra y por un signo, se deduce que á cada palabra corresponde un signo y recíprocamente, lo que se expresa diciendo que la numeración hablada corresponde á la numeración escrita.

El estudio de la numeración permite enseñar á *contar* los objetos.

Cifras.

La palabra «*cifra*» viene del hebreo SIPHR, que significa *cifra, número.*

Se usa actualmente para expresar la representación escrita de un número.

Cálculo.

Cuando se sabe contar los objetos, puede sentirse la necesidad de simplificar la manera de contar para ganar tiempo, y se llega á estudiar las diversas combinaciones de los números y el partido que puede sacarse del estudio de estas combinaciones.

A eso se llama *calcular.*

La palabra *cálculo* viene del latín CALCULUS = *china, piedrecilla.* Los hombres primitivos calculaban por medio de piedrecillas.

Adición.

Un número designa una reunión de unidades. Puede sentirse la necesidad de reunir varias reuniones de unidades, varias pluralidades y de designar este conjunto de pluralidades de unidades por un solo número, que será el de todas las unidades que componen las pluralidades reunidas.

La *adición* es la operación que consiste en encontrar ese número.

La adición es, pues, una operación de reunión, de composición, de *síntesis*.

Sustracción.

Por el contrario, puede sentirse la necesidad, cuando se tiene una pluralidad de unidades, de quitarle un grupo de unidades y de buscar por qué número habrá de designarse el grupo de unidades que quede. La *sustracción* es la operación que consiste en encontrar ese número.

La sustracción es, pues, una operación de separación, de descomposición, de *análisis*.

Multiplicación.

Se puede sentir la necesidad de reunir varias pluralidades compuestas todas del mismo número de unidades y de hallar rápidamente, sea el número que designe ese conjunto de unidades que componga el conjunto de pluralidades iguales, sea el número de las pluralidades. La *multiplicación* es la operación que consiste en encontrar el uno ó el otro de estos números.

La multiplicación, como la adición, es una *síntesis*.

División.

Se puede sentir la necesidad, cuando se tiene una pluralidad de unidades, de quitar sucesivamente grupos que contengan todos el mismo número de unidades, hasta que no queden ya suficientes unidades para quitar un grupo que contenga el número de unidades dado. Y se puede buscar el número de los grupos quitados sucesivamente. La *división* es la operación que consiste en encontrar ese número.

La divsión, como la sustracción, es un *análisis*.

Divisibilidad, números primarios.

La división conduce á estudiar lo que sucede cuando se divide un número por otro y, desde este punto de vista, cada número tiene propiedades especiales en relación con los otros.

Potencias.

Veremos que puede definirse la multiplicación como una operación que consiste en repetir un número llamado *multiplicando* tantas veces como unidades haya en otro número llamado *multiplicador*, que esta operación se llama *producto* y que el multiplicando y el multiplicador se llaman los *factores*.

Se puede sentir la necesidad de hacer una multiplicación en la cual los factores sean iguales, ó de encontrar el producto de cierto número de factores iguales. Encontrar el producto se llama elevar el número á una *potencia*.

Ejemplos: multiplicar 2 por 2 es elevar á 2 la segunda potencia ó al cuadrado. Multiplicar 2 por el producto de 2 multiplicado por 2 es elevar 2 á la tercera potencia, ó al cubo, etc.

Así como la multiplicación es un caso particular de la adición, la elevación á potencias es un caso particular de la multiplicación. La elevación á potencias es, pues, una *síntesis*.

Raíces.

Por el contrario, se puede sentir la necesidad, dado un número, de encontrar los factores iguales de que ese número es el producto. Uno de esos factores iguales es considerado en ese caso como la *raíz* del número, y se llama índice la potencia á que ha de elevarse la raíz para llegar al número buscado, ó el número de veces que la raíz debe ser multiplicada por sí misma para llegar al número buscado.

Ejemplos: Ocho es la raíz cuadrada de 64, puesto que $8 \times 8 = 64$. Diez es la raíz cúbica de 1000, puesto que el producto de 10×10, multiplicado él mismo por $10 = 1000$.

Dado el número 64, encontrar el número (ocho) que multiplicado por sí mismo produce 64 (2.ª potencia de ocho) se llama extraer la raíz cuadrada de 64.

De la misma manera que la división es un caso particular de la sustracción, *la extracción de raíces* es un caso particular de la división. La división es, pues, *análisis*.

Las seis operaciones elementales de la Aritmética.

En resumen, las seis operaciones elementales de la Aritmética son la adición, la multiplicación, la elevación á potencias, por las cuales se forman grupos ó pluralidades más considerables por medio de pluralidades menos considerables, operaciones por las cuales se compone (síntesis); y la sustracción, la división, la extracción de raíces, por las cuales se descomponen pluralidades en pluralidades menos considerables (análisis).

Relaciones, proporciones, progresiones, tablas de logaritmos.

Estudiando el cálculo (ciencia que consiste en sacar partido de las combinaciones de los números) se llega á darse cuenta de todas las diversas combinaciones.

Hemos señalado ya la divisibilidad y los números primarios como refiriéndose más particularmente á la división, la cual es la sustracción abreviada, que ella misma se refiere á la adición de la cual es la inversa.

De una manera general el estudio de los números conduce á preguntarse en qué se parecen y en qué difieren. Se llama *relación aritmética* la diferencia entre dos cantidades, y *relación geométrica* ó sencillamente *relación* el cociente de esas dos cantidades.

Ejemplos: La relación aritmética de 20 á 5 es 15. La relación geométrica de 20 á 5 es 4.

Se llama *proporción* la reunión de dos relaciones iguales.

Se llama *progresión* una continuidad de relaciones iguales. Se ve inmediatamente que las proporciones y las progresiones pueden ser aritméticas ó geométricas según que las relaciones sean aritméticas ó geométricas.

En la práctica el uso de las proporciones ha conducido á la construcción de tablas de proporciones en que unos números en proporción aritmética responden término por término á otros números en progresión geométrica. Estas tablas *(tablas de logaritmos)* permiten simplificar considerablemente los cálculos, reemplazando, por ejemplo, multiplicaciones y divisiones complicadas por simples adiciones y sustracciones.

Regla de tres, partición proporcional, etc.

Al estudio de las proporciones se refieren lo que se ha convenido en llamar *regla de tres,* operación que consiste en calcular uno de los términos de una proposición por medio de los otros tres; las *particiones proporcionales;* lo que en la sociedad actual se llama *interés* y *descuento;* etc.

En una sociedad razonable las cuestiones de dinero no se tendrán en cuenta para nada y esta parte del cálculo encontrará otras aplicaciones que señalaremos.

Grandores.

No todo puede *contarse.* No se pueden contar sino objetos distintos los unos de los otros, sino lo que es *discontinuo.* No se puede contar lo que es *continuo.*

Ejemplos: La longitud de una viga, el agua contenida en un vaso, la duración de un movimiento. (Véase en los *Elementos de Geometría* el párrafo *grandores,* etc.)

Se ha convenido en llamar lo que es continuo *grandores,* y si los grandores no pueden *contarse,* se les puede *medir.*

Medida.

Medir un grandor es compararle á un grandor de la misma naturaleza tomada como tipo.

Se ve en seguida que puede utilizarse el cálculo para las medidas, puesto que el grandor tomado como tipo puede ser considerado como una unidad y representado por el núm. 1.

Ejemplo: Para medir la longitud de una viga se escogerá una longitud tipo, un metro, por ejemplo, y se podrá *medir* la viga *contando* cuantas veces (división) podrá ponerse el metro sobre la viga.

Unidades fundamentales, sistema métrico.

En la práctica importa, pues, escoger unidades que permitan efectuar todos los cálculos. Ya veremos que la elección de esas unidades es arbitraria y no está determinada sino por la mayor ó menor comodidad.

Hay lugar en todos los casos de escoger un sistema de unidades.

El sistema comunmente adoptado es el sistema métrico, y las unidades fundamentales son las unidades C G S centímetro, gramo, segundo).

Plan de una Aritmética racional.

Resulta de lo que precede que el plan de una Aritmética racional puede establecerse lógicamente como sigue:

—Numeración, las cuatro reglas;

—Sistema métrico, unidades fundamentales;

—Divisibilidad, potencias, raíces, fracciones, etc. Cálculo mental, regla de cálculo, máquina de calcular, etc.

—Relaciones, proporciones, progresiones, logaritmos, regla de tres, particiones proporcionales, etc.

Bien entendido que no daremos aquí más que los elementos de todo lo que precede.

Algebra.

(Del árabe AL-DJABER = *ciencia de las restituciones*). Indicaremos solamente aquí que el *álgebra* es la aritmética generalizada. Mientras que la Aritmética nos permite solamente calcular los números de un sistema de numeración, el álgebra, ó aritmética algébrica, nos permite calcular los números expresados de cualquier manera.

En el álgebra los números se representan por letras tomadas arbitrariamente.

Resultados prácticos del estudio de la Aritmética.

Los numerosos ejercicios que indicaremos en el curso de esta obra, lo mismo que los que se podrán dar á los alumnos en el orden de ideas que indicaremos, demostrarán los resultados prácticos que se pueden sacar del estudio de la Aritmética.

Aparte de estos resultados, importa señalar, como en Geometría, la costumbre que da la Aritmética á los que la practican de razonar rigurosamente y de percibir la *eficacia de los razonamientos rigurosos.*

Ya tendremos ocasión de demostrar en otro lugar que el método matemático, dando toda satisfacción á los que le emplean correctamente, puede usarse en todas las circunstancias de la vida, y ha lugar al abandono de los métodos caprichosos y malos que tan malos resultados dan á los hombres, como puede verse por la defectuosa organización de las sociedades actuales.

Todo el conjunto de una enseñanza debe concurrir á la formación de cerebros capaces de raciocinar correctamente y de adquirir conocimientos positivos con la mira del establecimiento de una sociedad razonable, en que todos podrán satisfacer todas sus necesidades con el mínimum de esfuerzo. Es locura imaginar que tal problema puede resolverse de otro modo que con el concurso de la Aritmética y de las otras ciencias.

SEGUNDA PARTE

CONDORCET

La Numeración y las Cuatro Reglas

(Adición
Sustracción
Multiplicación
División)

Esta Segunda Parte es la traducción de la obra de Condorcet, publicada en 1798 en París (2.ª edición) bajo el título de *Medios de aprender á contar seguramente y con facilidad*. Las notas al pie de las páginas son de Condorcet. Hemos escogido todas aquellas cuya reproducción nos ha parecido interesante. En el original figuran á continuación de la obra.

SEGUNDA PARTE

La Numeración y las Cuatro Reglas

(Adición, Sustracción, Multiplicación y División)

POR

CONDORCET

PRIMERA LECCIÓN

Viendo dos cosas que nos parecen semejantes, fijando nuestra atención primeramente en cada una de ellas en particular, luego sobre las dos reunidas, tenemos la idea de una cosa y de dos cosas, de *uno* y de *dos*.

Si, después de haber visto *una* y *dos*, vemos *tres*, *cuatro*, tenemos primeramente la idea de *uno*, luego la de *dos*, de *tres*, de *cuatro*, que no son *uno*, y que difieren entre sí: tenemos, pues, la idea de *unidad*, y la de lo que es *uno* repetido más ó menos veces; es la idea de número. *

---

* El maestro cuidará aquí de explicar á los alumnos como la *idea de número*, nacida de la percepción simultánea de varias cosas semejantes, se extiende á las cosas no semejantes.

Les dirá que en ese caso se supone á esas cosas diferentes una cualidad semejante: se les considera solamente en su relación con esta cualidad.

Así se ha dicho: *una manzana* y *una manzana* son *dos manzanas;* después *una manzana* y *una pera* son *una fruta* y *una fruta*, son *dos frutas;* todavía más, *una manzana* y *una pera* son *un cuerpo* y *un cuerpo*, son *dos cuerpos*.

Por último, se ha acabado por no considerar siquiera esas cualidades semejantes: se ha dicho: *una cosa* y *una cosa* son *dos cosas; uno* y *uno* son *dos*, considerando esas dos cosas como tenien-

Se ha dado nombres á los números; así, *uno* añadido á *uno* se llama *dos*, es lo mismo que *dos*, es igual á *dos*; *uno* y *uno* son . . . . Dos

Uno añadido á *dos*, ó, lo que es lo mismo, á *uno* y á *uno*, se llama *tres*, es igual á *tres*; *uno* y *dos* son. . Tres

Uno añadido á *tres* se llama *cuatro*, es igual á *cuatro*; *uno* y *tres* son . . . . Cuatro

Uno añadido á *cuatro* se llama *cinco*, es igual á *cinco*; *uno* y *cuatro* son . . . . Cinco

Uno añadido á *cinco* se llama *seis*; *uno* y *cinco* son Seis

Uno añadido á *seis* se llama *siete*; *uno* y *seis* son Siete

Uno añadido á *siete* se llama *ocho*; *uno* y *siete* son Ocho

Uno añadido á *ocho* se llama *nueve*; *uno* y *ocho* son Nueve

Uno añadido á *nueve* se llama *diez*; *uno* y *nueve* son Diez *

---

do una cualidad semejante cualquiera, en relación con la cual se les podría considerar como las mismas.

Cuando se considera una cualidad común á varios objetos, desatendiendo las que les distinguen, y separando la idea de esta cualidad común de la de las otras cualidades, se dice que la idea de esta cualidad es una *idea abstracta*, porque se la separa, se la *abstrae* de las otras cualidades con las cuales se encuentra en los diversos objetos. Se le llama también *idea general*, porque es la de una cualidad ó de varias cualidades que son comunes á objetos diferentes.

Varios objetos que tienen una ó varias cualidades comunes forman *un género de objetos*....

* Conviene observar aquí á los alumnos los diversos usos de las palabras: primeramente nos servimos de ellas para determinar la atención de otro sobre la idea que esta palabra expresa; lo que exige que la misma palabra responda á la misma idea para todos los individuos y en todas las ocasiones en que se emplee; de ahí resulta que el sentido de las palabras debe ser *fijo* y determinado de manera que pueda ser uniformemente comprendido por los diversos individuos.

Se emplean también las palabras para llamar la propia atención sobre las ideas que son constantemente las mismas.

Se las emplea, en fin, para poder recordar á voluntad ciertas ideas que es útil tener y conservar.

Así, por ejemplo, nos servimos de la palabra *nueve* para hacer que otro entienda que en tal lugar existe un número de tales ó tales objetos. Se sirve uno para recordar á sí mismo el número de

Uno añadido á *dos* es lo mismo que *dos* añadido á *uno*, puesto que son siempre *dos cosas* y *una cosa* que se consideran como reunidas.

Uno y *dos* son *tres; uno* y *tres* son *cuatro; cuatro* es, pues, lo mismo que *dos* al que se añadiera *uno* y luego *uno;* que *dos* al que se añadiera *dos;* que *dos* y *dos; dos* y *dos* son *cuatro.*

Así *cuatro,* ó *uno* al que se añadiera *uno,* después *uno,* luego *uno* todavía; *dos* y *dos, tres* y *uno* son lo mismo, son números iguales.

Cinco y *uno* son *seis; seis* y *uno* son *siete; siete* y *uno* son *ocho*; *ocho* es, pues, lo mismo que *cinco* al que se añadiera *uno,* después *uno,* y todavía *uno;* pero añadir *uno,* luego *uno* y en seguida *uno* es lo mismo que añadir *tres; ocho* es, pues, lo mismo que *cinco* al que se añadieran *tres; cinco* y *tres* son *ocho.*

Ocho y *uno,* son *nueve,* y *uno* son *diez;* luego *ocho* y *dos* son *diez.* Ya hemos visto que *cinco* y *tres* eran *ocho;* pues *cinco, tres* y *dos* son *diez.* *

---

esos objetos sin necesidad de recordar las operaciones que se han hecho para contarlos.

Se han establecido esos nombres porque se ha sentido la necesidad de poder recordarse á voluntad las ideas de los diversos números, y que esas ideas eran de la clase de aquellas sobre las cuales es útil que el espíritu pueda ejercerse.

* El profesor hará observar que cuando se dice *uno* y *uno* son *dos; uno* y *uno* y después *uno* son *tres; uno* y *dos* son *tres,* significa que la expresión *uno* y *uno* y la expresión *dos;* la expresión *uno* y *uno* y después *uno* y la expresión *tres;* la expresión *uno* y *dos* y la expresión *tres,* designan una misma idea con referencia solamente al número; pero no es menos cierto que *uno* y *uno* expresan una cosa y otra cosa y que *dos* expresa esas dos mismas cosas consideradas en conjunto y como reunidas.

Del mismo modo las expresiones *uno* y *uno* y después *uno, uno* y *dos, tres* designan un mismo número; pero la primera expresión presenta las tres unidades como distintas; la segunda presenta una separada de las otras dos, y éstas como reunidas; la tercera las presenta como reunidas.

Las palabras *uno,* y *uno,* y *uno* presentan inmediatamente tres unidades distintas, las palabras *uno* y *dos,* una *unidad* y *una colección de dos unidades;* la palabra *tres, una colección de tres unidades.*

Se dice aún: la suma de *cinco* y *tres* es *ocho;* la suma de *seis* y *uno* es *siete,* la suma de *cinco, tres* y *dos* es *diez.*

La suma de dos números es el número que se encuentra

Así la proposición *uno* y *dos* son *tres* no expresa solamente que recuerdo *tres, uno* añadido á *dos,* sino que significa también que añadiendo *uno* á *dos* tengo el mismo número que añadiendo primeramente *uno* á *uno* y después *uno.* . . . .

Se hará observar en varias proposiciones de esta especie (por que es preciso multiplicar los ejemplos), las dos ideas que las forman, y las palabras *es, son,* que expresan que existe una identidad parcial entre esas dos ideas.

Aquella por la que se reconoce esta identidad se llama al *sujeto,* la en que se encuentra esta identidad parcial con la primera se llama *atributo.*

En la proposición *dos es un número* se reconoce una identidad parcial entre la idea *dos, colección de dos unidades,* y la idea *número, colección de unidades* en general.

Cuando los niños estén un poco ejercitados en decir *cuatro y tres son siete, cinco y cuatro son nueve,* etc., se les hará observar que se adhieren á esas proposiciones, aunque en el momento en que las pronuncien no se acuerden distintamente cómo han aprendido á formar el número *siete,* añadiendo sucesivamente á *cuatro uno,* después *uno* y en seguida *una unidad.*

Se les hará observar al mismo tiempo que se acuerden distintamente que cuando han hecho esas operaciones, han visto claramente que *cuatro* y *tres* son *siete.* Lo creen, pues, con confianza, porque recuerdan haber llegado á percibir la identidad parcial de estas dos ideas, la igualdad entre esos dos números.

Como resultado, aprenderán que el recuerdo distinto de haber visto la percepción de la identidad de las dos ideas que forman una proposición, es decir, de la evidencia de esta proposición, es el único motivo que tienen para creer en ella cuando ya no perciben inmediatamente esta evidencia; y que el recuerdo solo de haber repetido siempre ó escrito esta proposición sin el de haber sentido la evidencia no sería motivo para creer.

Se comprende que estos análisis pueden aplicarse igualmente á las proposiciones que se encuentren en las lecciones siguientes: será, pues, inútil insistir en ello, hasta que los alumnos hayan comprendido y retenido perfectamente; pero es preciso reservar reproducirlas de nuevo aplicándolas á otros ejemplos.

No hay que temer la dificultad de fijar en estos análisis la atención de niños muy pequeños; éstos no se desanimarán siempre que, siguiendo la marcha natural de la inteligencia humana, no

añadiéndoles el uno al otro; la suma de varios números es el número que se encuentra añadiéndoles sucesivamente los unos á los otros.

---

se les muestre las proposiciones y las observaciones generales hasta después de haberles presentado varios ejemplos, sobre los cuales hayan repetido las mismas operaciones; entonces verán por sí mismos lo que hay de común entre esos ejemplos, y, por consiguiente, tendrán las ideas generales que se les quiera dar.

Se hará seguir y observar á los alumnos las diversas operaciones por las cuales llegan á un resultado.

Se les hará notar como, sabiendo que *ocho* es lo mismo que *cinco* al que se añade *uno, uno* y *uno;* y sabiendo también que añadir *uno, uno* y *uno* es lo mismo que añadir *tres;* percibirán que *ocho* es lo mismo que *cinco* al que se añadiera *tres.*

Se les hará observar que no pueden percibir la identidad observada en los dos primeros, sin tener la convicción de la identidad expresada por el tercero; lo que se expresa diciendo que la tercera proposición resulta de las otras dos.

Del mismo modo, cuando dicen *ocho* y *uno* y *uno* son *diez,* pues *ocho* y *dos* son *diez,* no han podido percibir la identidad expresada por la primera proposición sin percibir la que expresa la segunda.

Mas para esto es preciso que recuerden que *uno* y *uno* son *dos.*

En el primer ejemplo, es imposible no percibir la identidad expresada por la tercera proposición, si se percibe la identidad expresada por las otras dos; en el segundo ejemplo, sería posible percibir la idea expresada por la primera, y no percibir la de la segunda: esto ocurriría si no se recordase que *uno* y *uno* son lo mismo que *dos;* que añadir *uno* y *uno* y añadir *dos* son lo mismo: si no se enuncia esta última proposición es porque se supone que se presenta por sí misma.

Percibir esta dependencia de una proposición de otras dos, ó de una sola, se llama *concluir.* La palabra *pues* expresa que se concluye una proposición de una ó de dos enunciadas precedentemente.

Se llama *razonamiento* la operación por la cual nos adherimos á una proposición, percibiendo que ésta resulta de otras proposiciones ya adoptadas. Un *razonamiento* es el conjunto de esas proposiciones y de su resultado; este resultado se llama *conclusión,* porque es concluída de las otras proposiciones.

Las dos proposiciones de que se concluye se llaman *premisas,* porque se consideran adoptadas anteriormente.

Así, sabéis ya expresar los números hasta diez, y además formar y expresar su suma cuando no excede de diez.

De la misma manera se podrían añadir sucesivamente unidades á diez, y á cada vez que se le añadiera una nueva, dar un nombre al número que resultara; pero se comprende fácilmente cuanto cansaría la memoria la necesidad de retener esos nombres; aparte de que á cualquier nombre que nos detuviéramos podrían aún añadirse otros; sería preciso, cuando se tuviera necesidad, inventar nombres nuevos, y, para entenderse, habría que explicarlos á los otros, quienes, á su vez, se verían obligados á retenerlos: así pues, se han buscado los medios de expresar todos los números con un corto número de nombres, al objeto de ser entendido de todos aquellos á quienes este medio fuera conocido, cualquiera que sea el número que se quiera expresar.

Se consideró también que las cuentas serían muy largas

Antes de pasar adelante se necesita hacer familiares estas primeras nociones por medio de ejemplos.

Es también necesario, cuando se presentan conclusiones inferidas de una sola proposición, ejercitar los alumnos en suplir la proposición que está sobreentendida.

Hemos expuesto ya analíticamente:

1.° La formación de las ideas abstractas.

2.° La naturaleza de las proposiciones ciertas, que consisten en la *percepción de una identidad parcial* entre dos ideas.

3.° La naturaleza de la adhesión á las proposiciones cuando solamente se recuerda haber tenido esta percepción de la identidad.

4.° La naturaleza de las proposiciones en que esta identidad resulta de la que ha sido percibida en otras proposiciones.

Se tienen ya, pues, nociones sobre las tres operaciones intelectuales de que nuestro entendimiento es capaz: *la formación de las ideas, el juicio* y *el razonamiento.*

Se conocen además dos especies de adhesiones á un juicio: la primera fundada sobre la percepción inmediata ó mediata de la identidad parcial entre las ideas; la otra, sobre el recuerdo de haber tenido esta percepción.

Es posible que, aun en un razonamiento sencillo, esta última adhesión tenga lugar para las premisas; pero este último análisis es demasiado sutil para ocuparse de él en una instrucción común.

si hubiera necesidad de escribir el nombre de cada número; y se ha tratado de expresarlos escribiendo por signos que pudiesen formarse más pronto.

Uno se escribe	1
Uno y *uno*, ó *dos*, se escribe.	2
Uno y *dos*, ó *tres*, se escribe.	3
Uno y *tres*, ó *cuatro*, se escribe	4
Uno y *cuatro*, ó *cinco*, se escribe.	5
Uno y *cinco*, ó *seis*, se escribe	6
Uno y *seis*, ó *siete*, se escribe.	7
Uno y *siete*, ú *ocho*, se escribe	8
Uno y *ocho*, ó *nueve*, se escribe	9
Uno y *uno*, *uno* más *uno*, se escribe.	$1+1$
Uno más *dos*, se escribe.	$1+2$

El signo $+$ entre dos números significa que se les considera como añadidos el uno al otro: *uno* más *uno* es igual á *dos*, se escribe . . . . $1+1=2$

Uno más *dos* es igual á *tres*, se escribe . . $1+2=3$

El signo $=$ expresa que dos números son iguales entre sí *.

---

* El profesor ejercitará los alumnos en formar y en reconocer las cifras y los signos $+$ é $=$; lo mismo que en formar los números hasta diez por adiciones. Dos y tres son... cinco; cuatro y tres son siete; si ejercitándose se proponen añadir números cuya suma sea más de diez, es menester en ese caso demostrarles que excede de diez, añadiendo que en la lección siguiente aprenderán á nombrar y á escribir en cifras los números que pasan de diez.

Si preguntan, por ejemplo, la suma de ocho y siete, se les dirá: ocho y uno son nueve, y uno son diez, y así verán desde luego que la suma es mayor que diez.

También se les podrá hacer observar entonces que ya han añadido *uno* y *uno* ó *dos;* que siete es lo mismo que *dos* y *cinco;* que les quedan aún *cinco* que añadir; que la suma es, pues, lo mismo que *diez* al que se añadiera *cinco*. Es verosímil que alguno de ellos le diera el nombre de *diez y cinco*, ó bien podría sugerírsele, y esto sería una preparación á la segunda lección.

Se hará observar á los alumnos la comodidad de las cifras 1, 2..... 9, que ocupan menos lugar y se escriben más pronto que las palabras *uno, dos..... nueve.*

Se hará la misma observación sobre los signos $+$, $=$; añadien-

Se ha sentido también la necesidad de poder expresarlas todas por un corto número de signos, para no verse obligados á tener muchos, á recordar y á introducir otro nuevo cuando se tuviera necesidad de escribir un número mayor que aquellos para los cuales se tuvieran signos: estos signos se llaman *cifras*.

Esta manera de expresar todos los números por un corto número de palabras ó de *cifras* se llama *numeración*, y como era posible encontrar varias de esas maneras, cada una de ellas se llama un *sistema de numeración*

SEGUNDA LECCIÓN

He aquí el sistema de numeración actualmente en uso.

Uno añadido á *diez, diez* y *uno,* se llaman . ONCE

Uno añadido á *once*, ó *dos* añadidos á *diez, diez* y *dos,* se llaman . . . . DOCE

Uno añadido á *doce,* ó *tres* añadidos á *diez, diez* y *tres,* se llaman . . . . TRECE

---

do que, por ejemplo, $3+6=9$, no sólo se escribe más pronto que *tres más seis es igual á nueve,* sino que también se percibe con mayor rapidez y de una sola mirada.

Por último, se fijará la atención en que esas cifras, esos signos, las palabras *uno, dos..... nueve,* son arbitrarios; que se hubiera podido escoger otras figuras de cifras ó de signos, ú otras palabras; que estas palabras, habiendo sido una vez convenidas entre cierto número de hombres, los que volvieron á juntarse á ellos adoptaron esta misma convención que se les ha enseñado, como se enseña á los alumnos, porque les era cómodo entender y ser entendidos; que estas palabras varían en las diferentes lenguas, y que si las cifras varían menos se debe á que se ha reconocido la ventaja de hacerlas comunes, á pesar de la diferencia de idiomas, ventaja que se ha establecido y conservado fácilmente, visto el corto número de estos signos.

Uno añadido á *trece,* ó *cuatro* añadidos á *diez, diez* y *cuatro,* se llaman . . . . CATORCE

Uno añadido á *catorce,* ó *cinco* añadidos á *diez, diez* y *cinco,* se llaman . . . . QUINCE

Uno añadido á *quince,* ó *seis* añadidos á *diez, diez* y *seis,* se llaman . . . . DIECISEIS

Uno añadido á *dieciseis,* ó *siete* añadidos á *diez, diez* y *siete,* se llaman . . . . DIECISIETE

Uno añadido á *diecisiete,* ú *ocho* añadidos á *diez, diez* y *ocho,* se llaman . . . . DIECIOCHO

Uno añadido á *dieciocho,* ó *nueve* añadidos á *diez, diez* y *nueve,* se llaman. . . . . DIECINUEVE

Llegados á este término, no decimos *diez y diez* para expresar *uno* añadido á *diez y nueve;* se comprende fácilmente que este medio, si se continuase mucho tiempo, conduciría á formar nombres demasiado largos, difíciles de reconocer y de pronunciar*; se le llama, pues, *veinte.* De ese modo:

---

* Se hará notar que las palabras *veinte, treinta, cuarenta,* etc., derivan de las palabras *dos, tres, cuatro...,* nombres que expresan el número de decenas expresado por esos nuevos nombres. Esta observación hará más fácil de retener la significación de estos nombres.

De la misma manera, *millón* expresando *mil miles; billón, mil millones; trillón, mil billones,* etc., permiten ver que esos nombres se derivan también de los nombres *dos, tres* y *cuatro,* que expresan en este caso el número de veces que se ha recurrido á esas denominaciones para expresar números mil y mil veces mayores.

De ahí se conduce á ver que si la terminación en *llón* ó en *enta* ha sido escogida arbitrariamente, hay motivos de utilidad para establecer esta relación entre esta continuación de nombres y la de las unidades.

Así se verá cuán cómodo es emplear en los idiomas palabras en parte determinadas por ciertas relaciones, en vez de palabras puramente arbitrarias, que se retienen menos fácilmente y en las cuales nada hay que recuerde su significación.

Se explicará también el uso de los puntos intermediarios de que esta lección presenta dos ejemplos; y para que se comprenda mejor, se llenarán esos espacios escribiendo en el acto lo que está sobreentendido; se ejercitará á los alumnos en llenarlos por sí mismos; se les demostrará que sería más largo y frecuentemente

Uno y *diez y nueve, diez* y *diez,* se llaman . . VEINTE
Uno y *veinte,* se llaman . . . . . . VEINTIUNO
Uno y *veinte y uno, veinte* y *dos,* se llaman. VEINTIDOS
Uno y *veinte y dos, veinte* y *tres,* se llaman. VEINTITRES
etc. . . . .
. . . .
Uno y *veinte y ocho, veinte* y *nueve,* se llaman VEINTINUEVE.
Uno y *veinte y nueve, veinte* y *diez,* se llaman. TREINTA
Así se ve que *treinta* y *uno,* se llama. . TREINTA Y UNO
y así se sigue hasta *treinta* y *nueve,* que
se llama . . . . TREINTA Y NUEVE

Por consecuencia, se pronuncia:

Uno y *treinta y nueve, treinta* y *diez,* por la
palabra. . . . . CUARENTA
Uno y *cuarenta y nueve, cuarenta* y *diez,* por CINCUENTA
Uno y *cincuenta y nueve, cincuenta* y *diez,* por SESENTA
Uno y *sesenta y nueve, sesenta* y *diez,* por. . SETENTA
Uno y *setenta y nueve, setenta* y *diez,* por. . OCHENTA
Uno y *ochenta y nueve, ochenta* y *diez,* por. . NOVENTA

Se tendrá un medio de expresar sucesivamente todos los números, desde *uno* hasta *noventa y nueve; expresando luego uno y noventa y nueve, noventa* y *diez,* por CIENTO
Ciento y *ciento,* ó dos veces ciento, por. . DOSCIENTOS
Ciento y *doscientos,* ó tres veces ciento, por TRESCIENTOS
. . . .
. . . .
Ciento y *ochocientos,* ó nueve veces ciento,
por . . . . NOVECIENTOS

---

menos claro expresarlo todo, porque si todo se expresase aun habría que advertir que no falta ningún intermediario.

En efecto, el que lee hubiera podido descuidar observarlo ó no acordarse al final de la continuación entera de estos nombres.

Por último, haciendo pronunciar los nombres de números bastante grandes, no se descuidará fijar la atención sobre el arreglo simétrico que presenta este sistema de numeración; de manera que pronunciando siempre cierto número de centenas, de decenas y de unidades, los nombres de *mil, millones, billones*... pronunciados después de este número indican inmediatamente si los que les preceden designan centenas, decenas y unidades de mil, de millones ó de billones, etc.

Colocando después de la palabra *ciento* los nombres de números inferiores á *ciento*, desde *uno* hasta *noventa y nueve*, para expresar que añadidos á *ciento*, á *doscientos*, á *novecientos*, forman el número que se quiere indicar, se podrán expresar todos los números de unidades en unidades hasta . . NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE

Uno y *novecientos noventa y nueve*, *novecientos* y *ciento*, *diez* veces *ciento*, se expresan por la palabra . . . MIL

Colocando después delante la palabra *mil* el número de veces que está repetido en un número, y después de esta palabra los que expresan el número de unidades inferior á *mil* que puede añadírsele, se tendrá el medio de expresar todos los números, de *unidades* en *unidades* hasta NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE MIL, NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE.

Uno añadido á este último número, sería lo mismo que *mil* añadido á *novecientos noventa y nueve mil*; que *cien mil* añadido á *novecientos mil*; que *diez* veces *cien mil*, ó que *mil miles*.

Se emplea la palabra MILLÓN para expresar *mil miles*; pues pronunciando delante de la palabra *millón* el número de veces que está repetida, desde *una* vez hasta *novecientas noventa* veces, y después de la misma palabra, el número inferior á un *millón*, que está añadido al número de los millones para formar el que se quiere indicar, se podrán expresar todos los números de unidades en unidades, hasta NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE MILLONES, NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE MIL, NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE.

Si se añade una unidad, se tiene *novecientos noventa y nueve milllones, y un millón*, ó *mil millones*, que se llama BILLÓN; y empleando para los billones el mismo orden de expresión que se emplea para los millones, se podrán expresar todos los números hasta NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE BILLONES, NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE MILLONES, NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE MIL, NOVECIENTOS NOVENTA Y NUEVE.

Designando, pues, *mil billones* por la palabra TRILLÓN; *mil trillones* por la palabra CUATRILLÓN, y así sucesivamente, se podrán expresar todos los números sin ser obligado á emplear una nueva palabra, hasta que se tenga necesidad de expresar un número mil veces mayor que aquel para el que se tiene ya un nombre convenido.

TERCERA LECCIÓN

Hasta ahora sólo sabéis expresar en cifras los números *uno, dos*..., hasta *nueve*, por medio de los caracteres

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Ya habéis visto que hubiera sido imposible reconocer y retener esos caracteres más allá de cierto término no muy lejano si se hubiera querido señalar uno para cada número; ha sido, pues, preciso tratar de expresar todos los números con pocos caracteres, por ejemplo con los *nueve* que ya conocéis.

Para conseguirlo, se ha supuesto que la cifra colocada la primera designa unidades desde 1 hasta 9, la colocada á la izquierda de la primera expresa tantas decenas como unidades expresaría si estuviera sola.

Por ejemplo, en esta expresión, 32, la cifra más á la derecha designa unidades, la que tiene á su izquierda designa decenas, 32 expresa, pues, que un número está formado de *dos unidades* y de *tres decenas;* de *dos* y de *treinta;* la fórmula en cifras 32, expresa. . . . . . . TREINTA Y DOS

Según esta suposición, para expresar un número que, como *diez, veinte, treinta,* está compuesto solamente de cierto número de decenas, basta tener un medio de indicar que está en segundo lugar, que está á la izquierda del sitio en que se hubieran puesto las unidades si se hubiera querido escribir un número por el cual hubiera sido preciso expresarlas; el medio más sencillo consistiría, pues, en poner en dicho lugar un carácter destinado solamente indicar que la cifra que la hubiera ocupado expresaría unidades, y que el que está á su izquierda expresa, por consiguiente, decenas.

Se ha tomado para este uso el carácter 0, que se pronuncia *cero;* así, *diez* se escribe 10; siendo la cifra que se encuentra en segundo lugar destinada á indicar decenas, 10 expresa una decena ó . . . . DIEZ

Veinte se escribe 20; siendo la cifra que se encuentra en segundo lugar destinada á indicar decenas, 20 expresa *dos decenas, ó diez y diez,* ó . . . . VEINTE

Como entre una decena y otra decena no hay más que nueve unidades, los nueve caracteres adoptados bastan para expresar todos números intermediarios entre las decenas; por ello es posible expresar con dos cifras todos los números hasta *noventa y nueve, ó nueve decenas, más nueve unidades,* $90+9=99$.

Sigamos ahora la misma marcha, y convengamos en que una cifra colocada á la izquierda de la que indica decenas, expresa tantas decenas de decenas, tantas centenas, como decenas hubiera expresado si se hubiera encontrado menos adelantada de un lugar hacia la izquierda.

Tenemos la expresión 234, la cifra 4 indica *cuatro unidades;* la cifra 3 indica *tres decenas;* la cifra 2 indica *dos centenas;* tantas *decenas* como *unidades* hubiera expresado si hubiera estado en el sitio del 4; tantas *centenas* como *unidades* hubiera expresado si hubiera estado en el sitio del 4, si se hubiera estado menos adelantado de dos lugares hacia la izquierda.

De esa manera, con esa tercera cifra, se expresan *centenas,* desde *ciento* hasta *novecientos;* y con las dos cifras siguientes, todos los números intermediarios entre dos *centenas,* desde 1 hasta 99; se pueden, pues, expresar todos los números desde 1 hasta 999.

Si se sigue la misma marcha y se coloca una cuarta cifra á la izquierda de las que indican *centenas,* indicará tantas *decenas de centenas,* ó tantos *miles* como *centenas* hubiera designado si hubiera estado menos adelantado de un lugar; tantas *centenas de decenas* ó de *millar* como *decenas* hubiera indicado si hubiera estado menos adelantado de dos; por último, tantas de *millar,* como *unidades* hubiera designado si hubiera estado menos de tres lugares; así 6452 indica *seis mil cuatrocientas, cinco decenas y dos unidades,* expresa el número *seis mil cuatrocientos cincuenta y dos.*

La quinta cifra expresará tantas decenas de millar; la sexta, tantas centenas de millar; la séptima, tantos millones; la octava, tantas decenas de millones, y así sucesivamente, como unidades hubiera expresado si hubiese sido la primera.

Una cifra expresará siempre tantas decenas, como unidades hubiera expresado, si hubiera estado menos adelantada de un lugar; tantas centenas, como unidades hubiera expresado si hubiera estado menos adelantada de dos lugares; tantos miles, decenas de mil, centenas de millar, millones, y así sucesivamente, como unidades hubiera expresado, si hubiera estado menos adelantada de tres, de cuatro, de cinco, de seis lugares, y así sucesivamente.

El número mayor que pueda expresarse con una cifra es 9; con dos cifras, 99; con tres, 999; con cuatro, 9999; y, en general, el mayor número que pueda expresarse con cierto número de cifras se compondrá de una continuidad de 9, á causa de que contiene el mayor número de unidades, de decenas, de centenas, etc., que es posible indicar en los lugares de cifras que á ellas corresponden.

El menor número que pueda expresarse con dos cifras es 10; 100, el menor que pueda expresarse con tres cifras; 1000, el menor que pueda expresarse con cuatro cifras; en general el menor número que pueda expresarse con cierto número de cifras es la *unidad* seguida de *ceros*. En efecto, la unidad es el número menor que se pueda colocar en el lugar más adelantado hacia la izquierda, y cualquiera que sea el número que se ponga en lugar de uno de los ceros, el número total será mayor.

El mayor número que pueda expresarse con una cifra, y el menor que exige dos cifras, á saber, 9 y 10, sólo difieren de una unidad; el mayor número que se pueda expresar con dos cifras y el menor que exige tres cifras, á saber, 99 y 100, sólo difieren de una unidad; en general, el mayor número que se pueda expresar con cierto número de cifras y el menor que exige una cifra más, no difieren entre sí más que de una *unidad*. En efecto, el menor número está expresado por una continuidad de 9; pues añadiendo una unidad á nueve unidades, se tiene una decena; añadiendo esta decena á nueve decenas que se tienen en este mismo número, se tiene una centena; añadiendo esta centena á las otras nueve se tiene un millar, y así sucesivamente; se tiene siempre un número expresado por la *unidad* seguida de tantos *ceros* como 9 se tengan.

Se pueden expresar todos los números por este método;

en efecto, puesto que aumentando de una unidad el número de los ceros que siguen á la cifra 1, se le hace expresar un número diez veces mayor, es claro que se le puede hacer expresar un número mayor que el que se quería escribir; será, pues, expresado por un número menor de cifras.

Tomando el número mayor que estas cifras puedan expresar, es claro que poniendo en las columnas de las unidades 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 en lugar de 9, se le disminuirá sucesivamente de nueve unidades; que poniendo en la columna de las decenas 8, 7... 9, 0, en lugar de 9, se disminuirá sucesivamente de 9 el número de las decenas, y así sucesivamente; se le disminuirá, pues, de modo sucesivo, unidades por unidades, de *nueve unidades;* después de una decena y nueve unidades, luego de dos decenas y de nueve unidades, y así sucesivamente; se llegará, pues, á la combinación de cifras que expresa el número buscado.

Si nos proponemos escribir en cifras un número expresado por palabras; supongamos primeramente que no comprende número mayor que centenas, como, por ejemplo, *trescientos cincuenta y dos,* que, como se ve, está compuesto de tres centenas, de cinco decenas y de dos unidades.

Escribiendo, pues, primeramente la cifra que indica las centenas, colocando á la *derecha* el que indica las decenas y á la *derecha* de éste la cifra que indica las unidades se tendrá escrita en cifras el número expresado 352.

Efectivamente, puesto que sabemos que escribiendo una cifra á la izquierda de otra, indica decenas si la otra indica unidades, es claro que la cifra puesta á la derecha de otra indica unidades si la otra indicaba decenas.

Pero si el número contiene cantidades mayores que centenas, como se sabe que las denominaciones cambian todas las veces que se llega á un número mil veces mayor, que diez centenas ó mil unidades se llaman *millar,* que mil miles se llaman un *millón;* mil millones, un *billón,* etc., no hay más que escribir sucesivamente yendo de derecha á izquierda, el número de las centenas, de las decenas, de las unidades, de millón, de millar, de unidades, á medida que se pronuncian.

Para escribir, por ejemplo, *trescientos veinte y ocho millo-*

nes quinientos setenta y cuatro mil novecientos sesenta y uno, se escribirán sucesivamente las cifras 3, 2, 8, 5, 7, 4, 9, 6, 1.

328.574 961.

Cuando las unidades, las decenas ó las centenas carecen de una denominación, no se pronuncia el nombre; así, por ejemplo, si decís *trescientos nueve mil treinta uno,* no se pronuncia el nombre de las decenas de millar ni el de las centenas de unidades; pero, como escribiendo en cifras, su lugar sólo indica su valor, para que le tengan realmente, es preciso escribir un cero en el sitio de la cifra correspondiente á cada denominación que no se pronuncia, escribiendo, pues, 309.031. En efecto, si escribiese 9, 3, 1, sin colocar 0 en el sitio que ocuparían las centenas, tendrían 931, *novecientos treinta uno,* y no *nueve mil treinta uno.*

Si habéis de escribir *nueve mil* escribiréis 9,000, poniendo cero en el lugar que ocuparían las *centenas,* las *decenas* y las *unidades* que no se encuentran en ese número.

Para expresar por palabras un número escrito en cifras, indagaréis primero por qué denominación habrá de comenzar. Teniendo, por ejemplo, 4.325, y sabiendo que la primera cifra hacia la derecha indica unidades, hallaréis que el segundo indica decenas; el tercero, centenas; el cuarto y último, *millares;* se ha de comenzar por los millares; y diciendo ante cada denominación el número expresado por cada cifra, se pronunciará *cuatro mil, trescientos, veinte y cinco;* si se tuviese un número como 327.256.498, puesto que el primer número á derecha designa unidades, diréis, yendo hacia la izquierda, *unidades, decenas, centenas, millares, decenas de millar, centenas de millar, millón, decenas de millón, centenas de millón;* y entonces, habiendo llegado á la última cifra 3, pronunciaréis *trescientos veinte y siete millones, doscientos cincuenta y seis mil, cuatrocientos noventa y ocho.*

Si se encuentran ceros, no pronunciaréis la denominación que corresponde al sitio que ocupan, habiendo sido escritos en él para conservar á las otras cifras el lugar que deben tener, lugar que determinará su valor, en vez de que en la numeración expresada por palabras, son las denominaciones las que indican el valor de los números, siendo necesario suprimir aquellas á las que no corresponde ningún valor.

Si, por ejemplo, tuvieseis 203.005.304, diréis: *doscientos tres millones, cinco mil, trescientos cuatro;* puesto que no entran decenas de millón, centenas ni decenas de millar ni decenas de unidad en este número*.

Sabiendo ya expresar por palabras y por cifras todos los números que se pueden formar; escribir en cifras los que se oyen pronunciar y expresar por palabras los que se ven escritos y cifrados.**

---

* Se hará notar la correspondencia de la numeración hablada y de la numeración escrita, mostrando que tres cifras responden á cada denominación, *unidad, millar, millón,* lo que responde siempre á una denominación de centenas á la primera de esas tres cifras; á una de decenas á la segunda; á una de unidades á la tercera. Se ejercitará á los alumnos en las dos especies de numeraciones; se multiplicarán las observaciones semejantes á la que dejamos expuesta. Por último se les harán esas dos numeraciones todo lo familiar posible, sin detenerse, no obstante, demasiado tiempo en ellas, porque las lecciones siguientes suministrarán ocasiones de terminar la instrucción de los que hayan quedado retrasados, sin el peligro de cansar á éstos ni de molestar á los demás.

Este es el punto propicio para explicar á los alumnos las palabras *primero, segundo, décimo, undécimo, duodécimo, vigésimo,* etc.; lo mismo que las expresiones *primeramente, en primer lugar,* con la manera de escribir esas palabras en cifras, y de determinar su terminación y su sentido por una letra colocada adelante y debajo.

Se les podrá hacer que formulen y escriban tablas por sí mismos; pero es bueno evitar, tanto como sea posible, las tablas impresas en los primeros elementos; cuanto más cómodas son, más vuelven la inteligencia perezosa... y conviene, al contrario, ejercer la inteligencia todo cuanto se pueda.

** ..... Las denominaciones de los números, como las cifras, siguen una marcha común de un número á un número diez veces mayor, una *progresión décuple;* se explicará la palabra *progresión,* que procede de *marcha;* la palabra *décuple,* que significa *diez veces mayor.*

Esta progresión décuple se encuentra en los sistemas de numeración de todos los países; uniformidad que parece venir de que tenemos diez dedos con los cuales era fácil mostrar todos los números hasta diez; pero más allá de esto, ha sido necesario recurrir á otros medios

Conviene añadir que se hubiera podido escoger otra progresión; el profesor hasta podrá dar ejemplos de ello... y demostrar, por ejemplo, como diciendo *diez uno, once* y *diez dos, doce,* se

CUARTA LECCIÓN

Habéis visto formarse los números, añadiendo unidades á unidades, decenas á decenas, centenas á centenas.

Supongamos ahora que conocéis dos números, y que deseáis ó que tenéis necesidad de tener la suma de ellos, de conocer el número que puede formarse añadiendo el uno al otro, el número total de las cosas que sabéis que existen á la vez, primeramente en tal número, después en tal otro número.*

Por ejemplo, supongamos que tenéis 13 cosas en un sitio, y 26 en otro, y que queréis saber cuánto tenéis en todo. Para tomar la suma de estos dos números, añádese 26 á 13.

Al primer golpe de vista ya se ve que 13 es una decena y tres unidades; que 26 es dos decenas y seis unidades; ya sabéis que tres unidades y seis unidades son nueve unidades; que una decena y dos decenas son tres decenas. Esos dos números contienen, pues, nueve unidades y tres decenas; su suma es, pues, 39.

Cualesquiera que sean dos números, podéis emplear el mismo medio; y, conociendo de ese modo la suma de las unidades, de las decenas y de las centenas que contienen los dos números, conoceréis su suma.

Suponed, por ejemplo, que queréis añadir 135 á 643, ó 2.345 á 3.621; veréis que los dos primeros números reunidos contienen ocho unidades, siete decenas y siete centenas; su suma será 778. Veréis que los dos segundos reunidos contie-

---

hubiera podido decir *doce uno*, en lugar de *diez tres; doce-dos*, en lugar de *diez-cuatro*, y *doce-once*, en lugar de *veinte y tres*, etc.

* Aquí es necesario hacer sentir á los alumnos, por medio de ejemplos, que pueden tener el deseo ó la necesidad de añadir un número á otro; que puede ser útil ó agradable saber hacer esta operación.

Al profesor corresponde escoger estos ejemplos, que conviene escogerlos de modo que los alumnos sientan realmente esta utilidad ó este placer y no lo miren como una simple hipótesis.

Las circunstancias particulares en que se encuentren los alumnos determinarán esos ejemplos...

nen seis unidades, seis decenas, nueve centenas y cinco millares; su suma, será, pues, 5,966.*

Si añadís así el uno al otro, números compuestos de mayor número de cifras, pronto percibiréis que la necesi-

---

* Preséntanse dos observaciones esenciales.

1.ª La del razonamiento por el cual, viendo que dos números contienen 6 unidades, contienen 6 decenas, contienen 9 centenas, contienen 5 millares, se infiere que su suma es 5966. Se ve aquí que la conclusión es deducida de estas cuatro proposiciones, y que no se puede percibir la verdad de estas proposiciones sin admitir la de la conclusión. La conclusión resulta, pues, aquí, de más de dos proposiciones; una conclusión en general puede resultar de varias proposiciones.

2.ª La de la operación por la cual, sabiendo que si se reunen las unidades y las decenas que separadamente contienen dos números se obtiene la suma de los dos números, se llega á la proposición general; que lo mismo ocurre con las centenas, los millares, las decenas de millar, etc., respecto de todas las denominaciones de números, aunque no se haya percibido inmediatamente la identidad de todas las proposiciones que contiene la proposición general. Se hará ver que entonces se percibe claramente que esta proposición no puede ser verdadera para dos denominaciones sin serlo para todas: se mostrará que tal es la manera con que percibimos la identidad en las proposiciones generales, cuando somos conducidos á ellas por la consideración de proposiciones menos generales.

Se hará notar la diferencia de esta marcha y de aquella en que la inteligencia comienza por formarse las ideas generales que entran en la proposición, y percibe inmediatamente su identidad.

De ese modo, la verdad de esta proposición general, *la suma de dos números es igual á la de las sumas particulares formadas por la adición de números de denominaciones semejantes que componen cada uno de ellos,* puede ser percibida, sea considerando inmediatamente esta proposición general, sea considerando las proposiciones particulares que á ellas responden, por los números que no contienen sino de dos, de tres denominaciones, y observando que éstas no pueden ser verdaderas sin que ocurra lo mismo respecto un número cualquiera de denominaciones.

Aquí me permito una observación solamente para el profesor. Si tomando el razonamiento n.º 1, se le añade la proposición general que acaba de ser enunciada y que se emplea como una menor, se tendrá un verdadero *silogismo;* pero es claro que en ese caso, esta menor no es otra cosa que la expresión del enlace necedad de conservar en vuestra memoria la suma de las *unidades*, de las *decenas* y de las *centenas* cuando habéis llegado á los millares, por ejemplo, exige una atención fatigosa, y que si falta ésta os veis obligados á repetir la operación; mas para hacerla más fácilmente no hay más que escribir uno debajo del otro los números que queréis reunir en uno, colocando las unidades bajo las unidades, las decenas bajo las decenas, las centenas bajo las centenas, y diréis en seguida, 5 y 3 son 8, escribo 8; 3 y 4 son 7, escribo 7; 1 y 6 son 7, escribo 7; la suma es, pues, 778; 135 más 643 igualan á 778.

Del mismo modo diréis 5 y 1 son 6, escribo 6; 4 y 2 son 6, escribo 6; 3 y 6 son 9, escribo 9; 2 y 3 son 5, escribo 5; la suma es, pues, 5.966; 2.345 más 3.621 igualan á 5.966.

$$\begin{array}{r}\text{Fórmula de las}\\ \text{operaciones. . .}\end{array}\left\{\begin{array}{lr} & 135\\ + & 643\\ \hline = & 778\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{lr} & 2345\\ + & 3621\\ \hline = & 5966\end{array}\right.$$

---

sario que percibo entre las dos proposiciones, no sirviendo, pues, sino para dar una forma regular y técnica al razonamiento.

De la misma manera, si se redujesen las proposiciones que están separadas en el mismo número para formar una sola, á fin de dar la forma silogística á este razonamiento; ó si conservándolas separadas se las combinase con proposiciones intermediarias para hacer de ellas una continuidad de silogismos, resultaría además que se pueden reducir todos los razonamientos á silogismos...

3.ª Cuando se considera separadamente en los números 2.345 y 3.621, las unidades, las decenas, las centenas y los millares que se encuentran en cada uno de ellos, para formar las sumas parciales de las unidades, de las decenas, de las centenas y de los millares que dan la suma total; esta operación, que consiste en descomponer esos números para considerar separadamente sus partes correspondientes, se llama *análisis*.

Cuando no se perciba inmediatamente la identidad entre dos ideas, se les descompone en partes *análogas* entre sí; se comparan estas partes para apreciar la identidad y llegar por este medio á apreciar la de las ideas mismas. El medio por el cual se conduce á la verdad de una proposición que no se percibe inmediatamente se llama *método analítico*.

Conviene hacer sentir á los alumnos en qué consiste este método, que deben encontrar en todas las partes de la instrucción, y que tendrán necesidad de emplear hasta en su conducta habitual.

Tomemos ahora los dos números 18 y 25; diréis 8 y 5 son 13, y escribiréis 13; diréis en seguida 1 y 2 decenas son 3 *decenas*, ó 30; y escribiréis 30; tendréis, pues, 18 más 25, igualan á 13 más 30.

$$\begin{array}{r} 18 \\ +\ 25 \\ \hline =\ 13 \\ +\ 30 \end{array}$$

Diréis después 3 unidades y ninguna unidad en el segundo número, son tres unidades, ó, más sencillamente, 3 y 0 son 3, escribiréis 3; después una decena y 3 decenas son 4 decenas, escribiréis 4 decenas; tendréis, pues, 13 más 30, que es lo mismo que 18 más 25 igualan á 43:

$$\begin{array}{r} 13 \\ +\ 30 \\ \hline =\ 43 \end{array}$$

Pero os habéis visto obligados á hacer dos operaciones, y sería más cómodo hacer una sola; para esto notaréis que después de haber visto que 8 y 5 son 13, no tenéis que considerar solamente las unidades; escribiréis, pues, 3 unidades, pero tenéis aún decenas; no escribiréis esta decena que habéis obtenido añadiendo 8 á 5, sino que la recordaréis, la retendréis; diréis, pues, 8 y 5 son 13; escribo 3 y retengo una decena; una decena retenida y una decena son 2, y dos son 4, y escribiréis 4 decenas.

$$\begin{array}{r} 18 \\ +\ 25 \\ \hline =\ 43 \end{array} *$$

* El profesor tendrá cuidado:

1.° De hacer observar cuán cómodo es el método de colocar, unas debajo de otras en una misma columna, las cifras que responden á las mismas denominaciones del sistema de numeración.

2.° De hacer ejecutar en varios ejemplos la operación que ha sido hecha aquí con los números 18 y 25.

3.° De ejercitar en varias adiciones de dos números, teniendo cuidado de escoger ejemplos en que haya que retener, en que no haya que retener; en que haya que escribir 0 ó que añadir 0, en lugar de un número, al objeto de acostumbrar á los alumnos á no

Tomemos aún los dos números 4.758 y 8.967; diréis 8 y 7 son 15, escribo 5 y retengo una decena, ó, más sencillamente, retenéis 1; una decena y 5 decenas son 6 decenas, y 6 decenas son 12 decenas; escribo 2 *decenas*, y retengo una decena de decenas; una centena, ó más sencillamente 1 (que he retenido) y 5 son 6, y 6 son 12; escribo 2 y retengo 1; después 1 (que he retenido) y 7 son 8, y 9 son 17; escribo 7 (centenas), y retengo 1 (una decena de centenas, ó *un millar*); en fin, 1 (que he retenido) y 4 son 5; 5 y 8 son 13, escribo 13 (13 *millares*); encontraréis, pues, 4.758 más 8.967 igualan á 13.725.*

$$\begin{array}{r} 4.758 \\ +\ 8\ 967 \\ \hline =\ 13.725 \end{array}$$

Si tenéis tres números que reunir en uno, seguiréis el mismo método; los colocaréis los tres uno debajo del otro, de manera que las unidades estén bajo las unidades, las decenas bajo las decenas, las centenas bajo las centenas, y así sucesivamente; después añadiréis, 1.º las unidades del primer número á las del segundo, y á su suma las del tercero; 2.º las decenas del primer número á las del segundo, y á su

---

entorpecerse por esas dificultades, pequeñas sin duda, pero muy reales para principiantes que, no habiendo hecho uso aún del cálculo, tengan además poca sagacidad natural. Pero es esencial en este caso ponerles en situación de resolverlas por sí mismos, para que no adquieran la costumbre de repetir las palabras *escribo, retengo,* sin reflexión y por una memoria en cierto modo mecánica.

* He cuidado de detallar primeramente toda la continuación de la operación, y no he suprimido ninguna idea intermediaria, á lo menos aquellas que el entendimiento mas limitado no supliría.

Después, suprimiendo sucesivamente algunas de estas ideas, he reducido la operación á lo que ha de ser en el uso ordinario. Por este medio los alumnos, tomando la costumbre de hacer la operación con la prontitud necesaria, no la harán jamás por rutina, porque habrán comenzado á hacerla razonando todos los detalles que contiene.

El profesor podrá hacer esta marcha más lenta que lo es aquí, y suplir las supresiones demasiado rápidas por algunas intermediarias.

suma las del tercero, y así sucesivamente; escribiréis después cada una de esas adiciones parciales de unidades, de decenas, de centenas, las unidades simples, las unidades de decenas, de centenas, que de ellas resulten, y retendréis las decenas de unidades, de decenas, de centenas, etc. que os habrán dado.

Por ejemplo, si queréis reunir en uno los tres números 1.759, 7.837 y 8.453, diréis, después de haberlos escrito uno debajo de otro, 9 y 7 son 16, y 3 son 19; escribo 9 y retengo 1; 1 (que he retenido) y 5 son 6, y 3 son 9, y 5 son 14; escribo 4 y retengo 1; 1 y 7 son 8, y 8 son 16, y 4 son 20, ó 2 decenas; escribo 0 y retengo 2; 2 y 1 son 3, y 7 son 10, y 8 son 18; escribo 18 y tengo 1.759, más 7.837, más 8.453 igualan á 18.049.

$$\begin{array}{r} 1.759 \\ +\ 7.837 \\ +\ 8.453 \\ \hline =\ 18.049 \end{array}$$

* Ya veis como, siguiendo la misma marcha, podéis ejecutar la misma operación sobre una cantidad de números

---

* Se hará notar aquí que si se tiene necesidad, por ejemplo, de reunir los números 5, 7, 8, 6, 4 y encontrar un número igual á $5 + 7 + 8 + 6 + 4$ y que se dice:

$$\begin{array}{r} 5 + 7 = 12 \\ 12 + 8 = 20 \\ 20 + 6 = 26 \\ 26 + 4 = 30 \end{array}$$

luego $+ 5 + 7 + 8 + 6 + 4 = 30$, la conclusión resulta de las cuatro proposiciones que la preceden.

Siguiendo estas operaciones, el entendimiento percibe que añade sucesivamente todos los números que deben entrar en la suma y percibe sucesivamente la identidad de cada proposición. Luego percibe que esta identidad no puede tener lugar en todas, sin que tenga lugar también para la conclusión.

Se puede notar aquí, como en la nota de la pág. 45, que la proposición general en la que se enunciara que la última de estas sumas de números tomadas dos á dos, es igual á la suma de los cinco números; luego las proposiciones intermediarias que se empleen para dar la forma silogística, operación por la cual se llega cualquiera, cualquier número de cifras que contengan; esta operación, por la cual reunís en uno varios números, se llama *adición.*

QUINTA LECCIÓN

Habéis visto formarse todos los números sucesivamente por la adición más ó menos repetida de unidades, ó de números más pequeños; el número diez, por ejemplo, puede ser formado añadiendo tres á siete, $7 + 3 = 10$; os es fácil deducir que si quitáis sucesivamente tres unidades de diez, debe quedaros el número siete, y que 10 menos 3 es igual á 7; $10 - 3 = 7$.*

Podéis tener, para quitar, disminuir, sustraer un número menor de un número mayor, los mismos motivos que habéis tenido para reunir varios números en uno; os será posible sin duda disminuir sucesivamente tantas unidades del número mayor como haya en el menor, y por este medio, ejecutar la operación que necesitáis; pero se comprende fácilmente que esta operación sería excesivamente larga por poco grande que fuera el número que se ha de disminuir.

Debéis, pues, buscar un medio más sencillo de ejecutar esta operación; tratemos de aplicar aquí el medio que tan buen resultado nos ha dado para la adición, y sustraer las unidades de las unidades, las decenas de las decenas, las centenas de las centenas, etc., como (para facilitar la operación precedente) hemos ido añadiendo las unidades á las unidades, las decenas á las decenas; las centenas á las centenas, etc.

á la conclusión, no deben ser consideradas como formando parte esencial de la operación; y se deducirá la misma conclusión.

No es, pues, ocultar á los alumnos la marcha de la naturaleza, enseñarles cómo estos razonamientos pueden reducirse á silogismos.

* Se darán algunos ejemplos de esta operación, que consiste en *quitar* un número de otro. Se hará ver, por ejemplo, que 7 más 3 igualan á 10, 10 menos 3 debe igualar á 7, y que 10 menos 4 igualan á 6, 6 más 4 debe igualar á 10. Se ejercitará á los alumnos en estas operaciones, como en las adiciones de números simples.

*** Coloquemos igualmente un número debajo del otro, de manera que las cifras que indican denominaciones semejantes se correspondan; y pongamos el número que debe de ser sustraído debajo del que se le quiere sustraer.**

Supongamos, por ejemplo, que habéis de sustraer 124 de 367; diréis: quito 4 unidades de 7 unidades, quito 4 de 7, restan 3 unidades, resta 3; quito 2 decenas de 6 decenas, quito 2 de 6, restan 4 decenas, resta 4; quito 1 centena de 3

---

* Se hará observar á los alumnos que habiendo llegado á facilitarse la adición por esta descomposición, por ese análisis de los números, tienen fundamento para creer que esta misma marcha tendrá buen éxito también para las otras operaciones que se verifican con los números; por ejemplo, para aquellas cuyo objeto es sustraer un número de otro.

Esta creencia está fundada primeramente en la analogía, sobre que las dos operaciones tienen semejanza en que se ejecutan sobre números, y que se tiene igualmente por objeto simplificarlas, abreviar y facilitar la ejecución, aunque no sean semejantes sino opuestas en su objeto inmediato; proponiéndose la *primera* añadir un número á otro; la *segunda*, sustraer un número de otro; ambas son, pues, *análogas*, sin ser absolutamente *semejantes*. La palabra *semejante* no indica si la semejanza es absoluta, ó si se refiere á ciertos puntos. La palabra *análoga* excluye la semejanza absoluta ó casi absoluta.

Esta confianza, fundada sobre la analogía, se funda también sobre la experiencia constante que de las cosas semejantes en algunos puntos lo son frecuentemente en algunos otros; y que así se logrará muy á menudo tratando de aplicar á la una lo que se prueba haber logrado con la otra.

Se les hará observar que cuanto mayor es la analogía, más relación hay entre la semejanza que se ha de verificar y las que son ya conocidas, mas ha probado también la experiencia que esta nueva analogía se encontraba verificada por el examen.

Se debe tener esperanza firme en lograr el objeto, obrando como si esta analogía existiese, y, por consiguiente, un motivo poderoso de obrar.

Se distinguirá aquí este *motivo de obrar* del *motivo de creer*, que la analogía supuesta verificará.

Se les mostrará que, como en este ejemplo, desean encontrar el medio de abreviar una operación, y que es preciso buscarle, una creencia aunque sea débil del éxito de un medio que se pretende debe bastar para determinarse á intentarlo.

centenas, quito 1 de 3, restan 2 centenas, resta 2; y encuentro que si quito 124 de 367, resta 243; que 367 menos 124 igualan á 243.

$$\text{Fórmula de la operación} \ldots \left\{ \begin{array}{r} 367 \\ -\ 124 \\ \hline =\ 243 \end{array} \right.$$

Supongamos después que habéis de sustraer 54 de 71; veréis en seguida que no podéis sustraer las unidades de las unidades, porque 4 es mayor que 1; pero podéis tomar una decena del número mayor que quedará aún igual ó mayor que el que os queda para sustraer.

Restan aquí 6 decenas, y tenéis solamente 5 que sustraer; lo mismo sucederá siempre.

En efecto, supongamos esta resta de decenas menor; lo será á lo menos de 1, es decir, de una decena; habría, pues, sido igual antes que se hubiese tomado esta decena; los dos números habrían, pues, contenido el mismo número de decenas, de centenas... y no habrían diferido sino por el de las simples unidades. Pero el número que ha de sustraerse contiene más; sería, pues, mayor que el número del que se le quiere sustraer, y la operación sería absurda.*

---

* Los alumnos han reconocido ya que el razonamiento consiste en ver que la identidad que no percibían inmediatamente entre las dos ideas que forman una proposición, resulta de la que han percibido en otras varias. Se les demostrará por este ejemplo, que consiste también en ver que la negación de esta identidad que no perciben entre dos ideas, resulta de la negación de esta identidad que perciben entre otras ideas idénticas ellas mismas con las primeras.

Se les hará observar que una proposición negativa consiste en expresar que se percibe la no identidad entre dos ideas. Tal número no es igual á tal otro, significa que se percibe que no existe entre ellos la identidad de número.

Sea un número 12, por ejemplo, y la identidad de grandor de este número con tal otro, 8 + 4, por ejemplo; he aquí los dos términos de la proposición; percibo la identidad; formo una proposición positiva; si no la veo, tengo la idea de una proposición positiva, me falta averiguar si percibiría la identidad que enuncia, ó si no la percibiré.

Del mismo modo, sea un número, 12, por ejemplo, y la identidad de grandor de este número con otro, 7 + 4, por ejemplo; he aquí dos términos de una proposición; si percibo que esta identidad no existe, formo una proposición negativa; pero si no lo creo, entonces tengo solamente la idea de esta proposición negativa, y me falta averiguar si percibiría ó no que esa identidad no existe.

Observo que se puede decir que una proposición negativa se vuelve positiva, si, por ejemplo, se dice *tal número no igual á tal otro*, en lugar de *tal número no es igual á tal otro;* y que hasta se percibe entonces una verdadera identidad parcial entre la idea del primer número y la de la no igualdad con el segundo.

Pero aplico aquí lo que he dicho anteriormente sobre la reducción del razonamiento á la forma silogística; no resulta de esta posibilidad de hacer todas las proposiciones positivas, que *la proposición tres no es cuatro,* no consiste en ver que no hay identidad de grandor entre 3 y 4.....

De la observación que se acaba de hacer sobre un razonamiento cuya conclusión es negativa, resulta que independientemente de esta conclusión, el razonamiento contiene á lo menos una proposición positiva y una negativa; porque no se puede percibir esta no-identidad entre las dos ideas que entren en la conclusión, sino porque se ha percibido la no-identidad entre otras dos, y la identidad de éstas con las primeras.

Se les hará observar también esta forma de razonamiento, *el número será igual ó mayor que tal otro; porque si fuera menor, resultaría un absurdo.* Aquí no se percibe ni la identidad enunciada por la primera proposición, ni que esta identidad no existe; pero se ve que está necesariamente ligada á otras identidades, entonces se infiere que esta primera no puede existir. Lo que distingue este razonamiento es que primeramente se hace abstracción de la verdad de las proposiciones, de la identidad entre las ideas que la forman, para no fijar la atención sino en su dependencia hasta el momento en que percibiendo la identidad ó la no identidad de una nueva proposición, y recordando este enlace ya percibido, se concluye la identidad ó la no-identidad de la primera proposición.

Tenemos aquí un ejemplo de lo que ocurre en el razonamiento de esta especie, cuando se percibe la no-identidad.

Se puede tomar por ejemplo del caso en que se infiere la identidad, la operación siguiente: Supongo que 12 menos 5 sea 7, entonces 5 y 7 serán 12; luego veo primeramente la identidad de 12 menos 5, y de 7 enlazada á la de 5 más 7, y de 12. Percibo en seguida esta última identidad y de ella infiero la primera, que consideraba primero en la sola intención de ver que otras identidades serían la consecuencia de ella.

Se hará notar á los alumnos esta proposición: *tal número es ma-*

* Diréis pues: quitar 4 de 1 es imposible; tomo una decena sobre las 7, *tomo prestada* una decena; 10 y 1 son 11; quito 4 de 11, restan 7; quito 5 decenas de 6 decenas que me restan, puesto que tenía 7, y que he tomado ya una; quito 5 de 6, resta 1.

Encuentro, pues, que después de haber quitado 54 de 71, restan 17; que 71 menos 54 iguala á 17.

$$\begin{array}{rr} & 71 \\ - & 54 \\ \hline = & 17 \end{array}$$

Si tenéis ahora que sustraer 4.535 de 6.223, diréis: quitar 5 de 3 es imposible; tomo prestada una decena; 10 y 3 (unidades que entran en el primer número) son 13; quito 5 de 13, resta 8. Quitar 3 (decenas) de 1 decena que queda sola, puesto que he tomado una de dos que tenía, es imposible; tomo una centena, una deceña de decena, y una decena que tenía, son once decenas; diez y uno son once; quito 3 (decenas) de 11 (decenas) resta 8 (decenas). Quitar 5 (centenas) de 1 (centena que me resta) es imposible; tomo una decena de centenas, ó un millar; diez decenas de centenas, y una centena que me resta, 10 y 1 son 11; quito 5 (centenas) de 11 (centenas), resta 6 (centenas). Quito, en fin, 4 millares de 5 millares que me quedan, puesto que de los 6 que tenía he tomado ya un millar; quito 4 de 5, resta 1; y encuentro que si sustraigo 4.535 de 6.223, resta 1.688; que 6.223 menos 4.535 igualan á 1.688

$$\begin{array}{rr} & 6.223 \\ - & 4.535 \\ \hline = & 1.688 \end{array}$$

Tomemos, finalmente, un último ejemplo, y sustraigamos 2 453 de 3.201, diréis: quitar 3 de 1 es imposible; observaréis en seguida que el número de que habéis de sustraer

---

yor ó igual á tal otro; aquí la identidad parcial está entre tal número y la cualidad de ser menor ó igual á tal otro.

* He seguido en el texto el modo ordinario de hacer sustracciones; pero propongo otros dos en las observaciones, de los cuales el último sobre todo me parece preferible al de uso corriente.

no os presenta decenas, sino solamente centenas; podréis, pues, tomar una centena ó diez decenas, de la cual tomaréis prestada *una*, reservando las nueve restantes; así diréis: tomo prestada una decena; 10 y 1 son 11; quito 3 de 11, restan 8. Ahora habéis de sustraer 5 (decenas); pero os quedaban 9 de las 10 que habíais tomado; diréis pues: quitar 5 de 0 es imposible; tomo prestada una decena (de decenas) sobre la cual ya he tomado una (decena), quedan 9; quito 5 de 9, restan 4; quitar 4 (centenas) de 1 (centena) que me queda es imposible; tomo prestada una decena (de centenas); 10 y 1 que me quedan son 11; quito 4 de 11, restan 7; quito 2 (millar) de 2 (millares que me quedan), resta 0; encuentro, pues, que quitando 2.453 de 3.201 restan 748; que 3.201, menos 2.453 igualan á 748.

$$\begin{array}{r} 3.201 \\ -\quad 2.453 \\ \hline =\quad 748 \end{array}$$ *

---

* Puede hacerse la sustracción así:

$$\begin{array}{r} 6,223 \\ -\quad 4,535 \\ \hline =\quad 1,688 \end{array}$$

Quitar 5 de 3 es imposible; tomo prestada una decena: 10 y 3 son 13; quito 5 de 13 restan 8; 3 y 1 que he tomado prestado ya son 4: quitar 4 de 2 es imposible; tomo prestada una decena; 10 y 2 son 12; quito 4 de 12 restan 8; 5 y 1 que he tomado prestado son 6. Quitar 6 de 2 es imposible; tomo prestada una decena; 10 y 2 son 12; quito 6 de 12 restan 6; 4 y 1 que he tomado prestado ya son 5; quito 5 de 6 queda 1.

Este método es más sencillo, en el caso en que el número de que se sustrae contiene un cero, y que haya necesidad de tomar prestada una centena de la cual se toma una decena para reservar un 9.

Se puede tomar aún este otro método: 6.223 es lo mismo que 6 000 más 223; 6.000 es lo mismo que 5.999 y 1; quito 4.535 de 5.999; tengo por la resta 1.464; añado 1 y 223 ó 224 que el primer número contenía de más; y tengo la diferencia igual á 1.688.

Si tuviese que sustraer 6.534 de 7.612, siendo la cifra la primera en el número mayor que se encuentra debajo del que le corresponde en el menor, diré: 7.612 es lo mismo que 7.600 más 12; 7.600 es lo mismo que 7.599 y 1; tomo la diferencia entre 7.599 y 6.534; que es 1.065; añado 13 y tengo 1.078, que es la diferencia buscada.

Podéis observar que os bastará siempre tomar prestada una unidad sobre la cifra que expresa decenas con relación al que habéis de sustraer.

En efecto, suponed que sobre esta unidad de decenas habéis tenido ya necesidad de tomar prestada una unidad, os quedarán 9; y como el número que habéis de sustraer será siempre ó igual á 9 ó menor que 9; y habéis visto ya que cada vez que tomáis prestada una *decena*, lo que quedaba de la totalidad de los números era *necesariamente** igual ó superior á lo que habíais aún de sustraer.

Lo que queda de un número, después de haber sustraído de él uno menor, el número que representa lo que el mayor excede al menor, se llama *la diferencia de estos números.*

La operación por la cual disminuís ó sustraéis un número de otro, se llama *sustracción.* . . . . .

SEXTA LECCIÓN

Es posible equivocarse haciendo una adición ó una sustracción

---

Este último método es más sencillo aún.

* Se explicará esta palabra *necesariamente,* diciendo que una cosa es *necesariamente* tal cuando se concibe que no puede ser de otra manera; cuando se concibe que si fuera de otra manera resultaría un absurdo, una identidad entre dos ideas que se percibe no existir.

** Es seguro que los alumnos se equivoquen en las reglas que se les da por ejemplos. El profesor, cuando la equivocación ocurra, lo hará observar mostrando en qué consiste el error y cuál es su causa.

Debe aquí exponer el hecho para que los alumnos comprendan cuán útil es para ellos saber reconocer sus propios errores.

De los errores en que caen los principiantes pueden sacarse lecciones muy importantes, haciéndoles analizar los procedimientos que conducen al conocimiento del error.

1.° Suele decirse, por ejemplo, en una operación: *seis y ocho son dieciséis,* ó bien: *quito siete de dieciséis resta ocho.*

Es preciso demostrar á los alumnos que cuando enuncian así sumas ó diferencias, no tienen conciencia de las operaciones por

Sería, pues, útil tener un medio de apercibirse de ello.

Este medio es otra operación que debe darnos cierto resultado, conocido de antemano, si la primera operación ha sido exacta.

---

las cuales, añadiendo seis unidades á ocho unidades, se ha encontrado la suma; ó bien aquellas otras por las cuales sustrayendo siete unidades de dieciséis se ha encontrado la diferencia. Pero sabiendo por experiencia que cuando después de haber hecho estas operaciones y hallado el resultado, se acuerdan de haberlas hecho y de haber obtenido el mismo resultado, lo consiguen de nuevo cada vez que se lo proponen, repitiendo las mismas operaciones; y juzgan que la memoria les presentaba constantemente entonces un verdadero resultado.

Después han observado que, aun sin tener la conciencia distinta de haber hecho esta operación y encontrado el resultado, su memoria les presentaba inmediatamente después dos números, el que era verdaderamente la suma ó la diferencia; y según este experimento, se atienen, sin otro examen, á lo que presenta.

Su error proviene, pues, de que esta memoria de la costumbre les ha engañado, porque se han confiado á ella antes de haber comprobado bien si les hacía nombrar las verdaderas sumas ó las verdaderas diferencias.

Además esta memoria engaña aun cuando se recuerda con cierta duda que era tal el resultado hallado.

Es preciso no fiarse, pues, de esa memoria de costumbre sino después de haber verificado frecuentemente los resultados; y no fiarse nunca cuando vaya acompañada de un sentimiento de incertidumbre.

2.° Se equivocan además olvidando tener en cuenta los números retenidos en la adición, las decenas tomadas prestadas en la sustracción.

Pero entonces su confianza en el resultado se funda en que creen haber seguido ciertas operaciones, y que tienen la memoria de haber tenido la convicción que estas operaciones conducían á un resultado justo. Su error procede entonces de que su memoria les representa mal esta continuidad de operaciones, ó de que creen en la identidad de las que ejecutan con aquella de que se acuerdan, sin tener un sentimiento claro de esta identidad. En este caso, una atención más fuerte y menor precipitación les impedirá formar un resultado antes de saber si tienen la memoria clara de esta continuidad de operaciones que es preciso ejecutar y la de haberlas ejecutado.

Por ejemplo, habéis sustraído un número de otro, 17 de 54, por ejemplo; habéis encontrado una diferencia de 37. Pero si esta diferencia es la que debe de ser, es preciso que, añadiéndola al número menor, que añadiendo 37 á 17, encontréis el número mayor, 54.

En efecto, si 17 y 37 son 54, quitando 17 de 54, deben quedaros 37.

Si un número añadido á otro número son cierto número dado, es evidente que sustrayendo de este último uno de los dos primeros, ha de resultar el otro como diferencia*

Así, por ejemplo, después de haber hallado que 1.728 menos 859 son 869

$$\begin{array}{r} 1.728 \\ -\quad 859 \\ \hline =\quad 869 \end{array} \qquad \Bigg\| \qquad \begin{array}{r} 869 \\ +\quad 859 \\ \hline 1.728 \end{array}$$

añadiréis el número menor (859) y la diferencia (869), y siendo la suma igual á 1.728, deduciréis que no os habéis equivocado en la operación.

Si la suma del número menor y de la diferencia no es el mismo número que el número mayor, es indudable que os habéis equivocado, sea formando esta suma, sea tomando la diferencia, sea en la una y en la otra á la vez; y luego debéis efectuar de nuevo una y otra operación, hasta que os den el resultado que han de dar cuando son exactas**

* Se hará observar aquí á los alumnos la proposición condicional, *si 37 y 17 son 54, 54 menos 17 es 37*. Se les hará ver que esta proposición es igual á esta, *la identidad expresada por la segunda proposición, resulta de la identidad expresada por la primera;* pero que esta proposición no enuncia nada sobre la identidad expresada por la una ó por la otra.

Convendría que el profesor escogiese de tiempo en tiempo algunos ejemplos de proposiciones compuestas para referirlas á proposiciones simples, y ejercitar á los alumnos en reconocer las identidades que expresan. Los ejemplos deben de ser escogidos en la parte puramente aritmética del texto.

** El profesor tratará de dar por ejemplo del caso en que la prueba hace descubrir un error, algunos de los errores reales en que hayan incurrido los alumnos. En general, y tanto como sea posible, se ha de evitar que la utilidad de lo que se enseña se presente como puramente hipotético.

Si halláis la suma de la diferencia y del número menor igual al número mayor, es posible que os hayáis equivocado en las dos operaciones, pero de manera que los errores se compensen, como si habiendo encontrado la diferencia menor que lo que es de dos unidades, por ejemplo, hallaréis una suma mayor en dos unidades que lo que ha de ser realmente; ó si habiendo encontrado la diferencia excediendo dos unidades, hallaréis en seguida una suma menor en dos unidades que lo que ha de ser. Pero ha de ser muy raro equivocarse así en las dos operaciones en sentido contrario y en un número igual en cada una.

Así lo más verosímil es que la primera operación ha sido exacta, lo mismo que la segunda, cuando ésta ofrece el resultado que tiene necesariamente cuando las dos han sido exactas. Es más probable que las dos sean exactas, que no que las dos contengan precisamente un error igual y en sentido contrario*

---

* ..... Se observará que si en cosas ó en sucesos que parecen igualmente posibles, hay un gran número que da cierto resultado, y un corto número que da un resultado contrario, se dice que es más probable que suceda uno de los sucesos de la primera especie, porque se ha observado que así sucedía generalmente. Luego se ha llegado á creer que este suceso más probable tendrá lugar porque es también más probable que éste concluya por producir la ventaja que de él se espera.

Se hará observar en seguida á los alumnos que rara vez se equivoca uno cuando se hacen las operaciones con atención; que será más raro aún equivocarse en dos operaciones seguidas, y mucho más aún equivocarse de modo que un error compense el otro.

Se hará más comprensible por ejemplos estas primeras ideas sobre la probabilidad y su aplicación al caso actual.

Se tomarán por ejemplos sucesos físicos que son constantes, aunque sujetos á excepciones, y en los cuales se ha conducido uno como si esas excepciones no debieran de ocurrir. Se tendrá cuidado de escogerlas que sean tales, que ese defecto de previsión resulte claramente razonable.

Puede creerse que lo que queda aquí como demasiado poco profundizado, demasiado poco riguroso, no afectará á los alumnos; quienes no tratarán de profundizar más que lo que se les presente; pero si lo hiciesen, se les dirá que esas obscuridades se

Si queréis comprobar una adición, por ejemplo esta

$$\begin{array}{r} 357 \\ +\ 229 \\ +\ 342 \\ \hline =\ 928 \end{array}$$

observaréis que si quitáis 229 de la suma de los tres números, la resta debe ser igual á la suma de los dos números restantes. Así haréis las dos operaciones siguientes

$$\begin{array}{r} 928 \\ -\ 229 \\ \hline =\ 699 \end{array} \quad \Bigg\| \quad \begin{array}{r} 357 \\ +\ 342 \\ \hline =\ 699 \end{array}$$ *

y de que esta diferencia de la suma de los tres números con uno de ellos se encuentre igual á la suma de los dos números restantes, deduciréis que la operación ha sido bien hecha. De otro modo sería preciso que os hubieseis equivocado en dos de estas operaciones, y que los errores se hubiesen compensado, lo que no es probable. La operación ó las operaciones por las cuales se verifica la que se ha hecho, se llama la *prueba*.

La suma de dos números es el mayor más el menor. Sea 5 y 9; su suma es 14; $5 + 9 = 14$. La diferencia de dos números es el menor sustraído del mayor, el mayor menos el menor. La diferencia de 9 y 5 es 4; $9 - 5 = 4$. Si añadís la diferencia á la suma tendréis el número mayor más el menor, más aún una vez el mayor menos el menor; pero añadir un número menos otro es añadir el primero y quitar el segundo, puesto que añadiendo el primero se ha añadido un número mayor que lo que se necesitaba de una cantidad igual al segundo; las dos operaciones de añadir y de quitar el número menor se destruyen; luego la suma de la suma

---

disiparán después con la continuación; se les hará comprender, por el ejemplo mismo de las lecciones ya recibidas, que no puede aprenderse nada sino sucesivamente y siguiendo cierto orden, y esto constituiría entonces una lección más.

* La prueba común de la adición es complicada y molesta á casi todos los principiantes. La que pongo en su lugar es más sencilla; además no puede olvidarse tan fácilmente como la otra.

de los dos números y de su diferencia será igual á dos veces el número mayor. $9 + 5 + 9 - 5 = 9 + 9 = 18$; $14 + 4 = 18$; 14 más 4 igualan á 18, igualan á dos veces nueve.

De la misma manera, si quitáis la diferencia de los dos números de su suma, tendréis el número mayor más el menor, del cual ha de sustraer el mayor menos el menor. Pero sustraer el mayor menos el menor es lo mismo que sustraer el mayor y añadir el menor; porque si quitáis el mayor sólo quitáis un número que excede al que debéis de quitar, de un número igual al menor; quitáis, pues, éste de más; debéis, pues, añadirle para restablecer la identidad; tendréis, pues, la diferencia entre la suma de los dos números y su diferencia igual á dos veces el número menor á lo que hay que añadir el número mayor y quitarle en seguida; operaciones que se destruyen la una á la otra; esta diferencia será, pues, igual á dos veces el menor número; 14 menos 4 son 10, que es doble de 5.

$$(9 + 5) - (9 - 5)\ *$$
$$= 9 - 9 + 5 + 5$$
$$5 + 5 = 10$$
$$14 - 4 = 10$$

SÉPTIMA LECCIÓN

Si necesitáis añadir uno á otro dos números iguales entre sí, podéis emplear la operación que habéis aprendido á ejecutar. Pero si quisierais añadir unos á otros 20, 30, 100 números iguales, esta adición sería una operación muy larga, y os convendría tener un medio de abreviarla.

---

* El profesor cuidará de dar varios ejemplos de esta proposición general, á fin de hacerla comprender; y en estos ejemplos insistirá sobre la identidad de la operación, que consiste en añadir la suma ya formada á la diferencia ya formada, ó á quitarlas la una de la otra; y de la que consiste en hacer esta adición y esta sustracción, conservando los elementos que han servido para formar la suma y la diferencia.

.... Añadir un número menos otro número es añadir el primero y disminuir el segundo;... disminuir un número menos otro número es disminuir el primero y añadir el segundo.....

Busquemos este medio, y tomemos el número 254 que suponemos ha de ser repetido cinco veces, ó, lo que es lo mismo, añadido cuatro veces al mismo. Para hacer la adición escribiréis cinco veces este número, y después añadiréis primeramente cuatro veces el número 4 al mismo; encontraréis la suma 20; escribiréis 0 y retendréis 2; añadiréis luego cuatro veces el número de cinco decenas al mismo; encontraréis 25, y 2 que habéis retenido, hacen 27, escribiréis 7 y retendréis 2; añadiréis finalmente dos centenas cuatro veces á las mismas; encontraréis 10; 10 y 2 que habíais retenido hacen 12, escribiréis 12, y tendréis 254 cinco veces añadido, cuatro veces á sí mismo, igual á 1.270.

$$\begin{array}{rr} & 254 \\ + & 254 \\ + & 254 \\ + & 254 \\ + & 254 \\ \hline = & 1.270 \end{array}$$

Pero en lugar de decir 4 y 4 son 8, y 4 son 12, y 4 son 16, y 4 son 20, podéis decir, 4 repetido cinco veces, cinco veces 4 son 20, escribo 0 y retengo 2; en lugar de 5 y 5 son 10, y 5 son 15, y 5 son 20, y 5 son 25, podéis decir, 5 repetido 5 veces, ó cinco veces 5 son 25, y 2 son 27, escribo 7 y retengo 2; después podéis decir del mismo modo cinco veces 2 son 10, y 2 son 12, escribo 12. Este medio es mucho más corto, y exige solamente que os acordéis que cinco veces 4 son 20, que cinco veces 5 son 25, que cinco veces 2 son 10.

Tomad ahora el número 3.546 y buscad la suma de este número repetida siete veces, añadido seis veces al mismo; diréis siete veces 6 son 42; escribo 2 y retengo 4; siete veces 4 son 28, y 4 (que he retenido) son 32; escribo 2 y retengo 3; siete veces 5 son 35, y 3 (que he retenido) son 38; escribo 8 y retengo 3; siete veces 3 son 21, y 3 (que he retenido) son 24; escribo 24; 3.546 tomado siete veces es, pues, igual á 24.822.

$$\text{Fórmula} \left\{ \begin{array}{rr} & 3.456 \\ \times & 7 \\ \hline = & 24.822 \end{array} \right.$$

Tomar la suma de siete números iguales entre sí, del mismo número repetido siete veces, tomar un número siete veces, se llama también *multiplicarle* por 7.

El número que habéis de añadir al mismo, repetir ó tomar varias veces se llama *mulplicando;* el que designa cuantas veces el primero ha de ser tomado, se llama *multiplicador.*

El número que se encuentra tomando un número cierto número de veces, multiplicándole por otro número, se llama el *producto.* La operación por la cual se obtiene el producto se llama *multiplicación.* Y ya veis que no es sino una *adición abreviada.*

De modo que en el ejemplo precedente 3.546 es el multiplicando; 7, el multiplicador; 24.822. el producto, y el signo $\times$ indica que el número que precede ha de ser multiplicado por el que le sigue. La fórmula anterior expresa que 3.546, multiplicado por 7, igualan á 24.822.

Tres veces 1 es lo mismo que una vez 3. En efecto, tres veces uno es una unidad repetida tres veces, y una vez 3 no es también sino 3, ó una unidad repetida tres veces. Cinco veces 9 es lo mismo que nueve veces 5. En efecto, 9 es la unidad repetida nueve veces; pero cinco veces una unidad es 5; cinco veces 9 es, pues, lo mismo que 5 repetido nueve veces, lo mismo que nueve veces 5.

$$9 \times 5 = 5 \times 9$$

Si tenéis primeramente que multiplicar 2 por 3, y en seguida que multiplicar el producto por 4, tendréis $2 \times 3 = 6$; $6 \times 4 = 24$; pero en lugar de 6 podréis escribir 2×3, puesto que estas dos expresiones designan el mismo número; tendréis, pues, $2 \times 3 \times 4 = 24$. Acabáis de ver que $6 \times 4 = 4 \times 6$; $4 \times 6 = 4 \times 2 \times 3$, y, por consiguiente, $2 \times 3 \times 4 = 4 \times 2 \times 3$.

De donde deduciréis que teniendo que multplicar sucesivamente varios números los unos por los otros, en cualquier orden que hagáis la multiplicación, tendréis el mismo producto; de la misma manera que habéis visto que teníais la misma suma en cualquier orden que añadieseis los mismos números los unos á los otros.

Ahora sabréis multiplicar un número de una sola cifra por otra, sin ninguna operación nueva, siempre que hayáis formado y retenido los valores de los productos

de	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	por 2
de.	.	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	por 3
de.	.	.	4,	5,	6,	7,	8,	9,	por 4
de.	.	.	.	5,	6,	7,	8,	9,	por 5
de.	.	.	.	.	6,	7,	8,	9,	por 6
de.	.	.	.	.	.	7,	8,	9,	por 7
de.	.	.	.	.	.	.	8,	9,	por 8
de.	.	.	.	.	.	.	.	9,	por 9

En efecto, no necesitáis retener separadamente el producto de 2 por 3 si conocéis el de 3 por 2, que es el mismo, y así sucesivamente; no tenéis, pues, sino 36 productos que formar de antemano y que retener *.

---

* ..... El profesor hará ver á los alumnos como la descomposición del multiplicando y la doble descomposición del multiplicando y del multiplicador conducen á encontrar la operación propuesta.....

Cuidará también de hacerles observar cómo se sirven aquí de la adición, que ya saben hacer, y de los principios sobre que se funda el sistema de la numeración escrita para encontrar fácilmente los productos de un número por un número dado de decenas, de centenas, de millares, etc., ó para deducir el producto total de estos productos parciales hallados separadamente.

Les hará observar que teniendo un recuerdo bien claro de haber reconocido la verdad de estos principios y la certidumbre de estas operaciones, sin el temor de equivocarse, pueden aceptar las conclusiones que ven resultar claramente de estos principios, aun cuando no tengan la conciencia inmediata de la verdad de estos principios, de la identidad de las ideas que forma la proposición por la cual se expresan estos principios.

Les hará sentir nuevamente como habiéndoles mostrado una experiencia constante que encontrarán siempre esta identidad si la han encontrado una vez, se verán llevados involuntariamente á creer que existe, aun cuando no la perciban, siempre que se acuerden bien de haberla percibido. Insistirá sobre este asunto, porque precisamente sobre este fundamento se apoyarán después, para servirse, en nuevos razonamientos, de las proposiciones cuya verdad perciban sucesivamente.

Cuando les suponga suficientemente ejercitados, les hará distinguir tres clases de adhesiones que pueden dar á una proposición.

1.° La que nace de la percepción de la identidad, ó de la ne-

OCTAVA LECCIÓN

Ya sabéis por qué método se puede encontrar el producto de un número, cualquiera que sea, por otro número formado de una sola cifra; ahora trataréis de extender este método á los casos en que el multiplicador tiene varias cifras. Sea, por ejemplo, 467 á multiplicar por 238. Seguiréis la marcha que os ha dado buen resultado hasta aquí, y consideraréis el número 238 como formado de ocho unidades, de tres decenas y de dos centenas; no tenéis más sino multiplicar 467 por ocho unidades, por tres decenas ó 30, por dos centenas ó 200 y reunir estos tres productos para tener el de 467 por 238.

Ahora bien, ya sabéis multiplicar por ocho unidades; observaréis en seguida que multiplicar por tres decenas es lo mismo que multiplicar por 3, y multiplicar en seguida el producto por 10; pero multiplicar por 10 es hacer un número diez veces mayor, de manera que contiene tantas decenas como unidades simples contenía; de centenas como decenas contenía, etc.; y, en general, tantas decenas como unidades contenía.

Tendréis, pues, el producto de 467 por tres decenas, multiplicando el número por 3 y haciendo en seguida el producto diez veces mayor, lo que se ejecuta colocando 0 á la derecha de los números que lo expresan.

---

gación de la identidad, entre los dos términos, sea inmediata, sea resultado de un razonamiento cuyo conjunto se comprende á la vez.

Se dice entonces que estas proposiciones son evidentes.

2.° En seguida la adhesión que se da á una proposición que resulta de varias otras porque se acuerda uno claramente de haber reconocido que la identidad que expresa resulta de la que se ha percibido inmediatamente en otras proposiciones.

3.° Por último, les hará notar las proposiciones á las cuales se adhiere uno porque la experiencia ha probado que se llega más frecuentemente á un resultado verdadero siguiendo la misma marcha; como se cree exacta una operación cuyo resultado ha sido comprobado.....

Por último, observaréis también que multiplicar por *dos centenas* es lo mismo que multiplicar primeramente por 2 y multiplicar en seguida el producto por *ciento*, haciéndole cien veces mayor y que contenga tantas centenas como unidades contenía; lo que se ejecuta colocando dos veces 0 á la derecha de las cifras que expresan este producto.

Diréis pues: ocho veces 7 son 56; escribo 6 y retengo 5; ocho veces 6 son 48, y 5 (que he retenido) son 53; escribo 3 y retengo 5; ocho veces 4 son 32, y 5 (que he retenido) son 37; escribo 37; el producto de 467 por 8 es, pues, 3.736.

$$1\ \left\{\begin{array}{lr} & 467 \\ \times & 8 \\ \hline = & 3.736 \end{array}\right.$$

Diréis en seguida: tres veces 7 son 21; escribo 1 y retengo 2; tres veces 6 son 18, y 2 (que he retenido) son 20; escribo 0 y retengo 2; tres veces 4 son 12, y 2 (que he retenido) son 14; escribo 14; tendréis, pues, el producto de 467 por 3, igual á 1.401. Pero el producto de 467 por 30 debe ser diez veces mayor *; será, pues, 14.010.

$$2\ \left\{\begin{array}{lr} & 467 \\ \times & 3 \\ \hline = & 1.401 \end{array}\right.$$

Por último, diréis: dos veces 7 son 14; escribo 4 y retengo 1; dos veces 6 son 12, y 1 (que he retenido) son 13; escribo 3 y retengo 1; dos veces 4 son 8 y 1 (que he retenido) son 9; escribo 9; el producto de 467 por 2 es, pues, 934; pero el producto de 467 por 200 ha de ser cien veces mayor; será, pues, 93.400.

$$3\ \left\{\begin{array}{lr} & 467 \\ \times & 2 \\ \hline = & 934 \end{array}\right.$$

Ahora, para tener el producto de 467 por 238 se han de reunir esos tres productos parciales de este número, por 8, por 30 y por 200; haréis, pues, la adición de esos tres produc-

* Este producto contiene tantas decenas como este contiene unidades.

tos, y encontraréis su suma igual á 111.146; el producto de 467 por 238 será, pues, igual á 111.146.

$$4 \left\{ \begin{array}{r} 3.736 \\ +\ 14.010 \\ +\ 93.400 \\ \hline =111.146 \end{array} \right.$$

Perc podéis hacer aún más sencilla la práctica de esa operación, multiplicando primeramente 467 por 8, escribiendo el producto, después multiplicando el mismo número por 3 y escribiendo inmediatamente el producto debajo del primero, de manera que las unidades del segundo correspondan con las decenas del primero; finalmente multiplicando aún el mismo número por 2, y escribiendo inmediatamente el producto de manera que las unidades de este tercer producto correspondan á las decenas del segundo y á las centenas del primero.

$$\begin{array}{r} 467 \\ \times\ 238 \\ \hline 3.736 \\ 14.010 \\ 93.400 \\ \hline =111.146 \end{array}$$

Hallaréis, pues, el producto de un número por otro, cualquiera que sea, multiplicando sucesivamente por los números simples que entran en el multiplicador, comenzando por las unidades y retrocediendo un lugar cada producto sucesivo, de manera que las unidades de este producto expresen unidades, decenas, centenas, millares, etc., según que la cifra del multiplicador empleado para formarle exprese unidades, decenas, centenas, millares, etc.

NOVENA LECCIÓN

Así como habéis tenido necesidad de conocer el resultado de la adición repetida de números iguales, podéis, conociendo un número, tener necesidad de saber cuantas veces sería necesario repetir otro número menor para formar el primero; ó bien, cuál sería el número que repetido un número dado de veces, produciría el primer número.

Por ejemplo, teniendo el número 2.124, podéis querer conocer cuántas veces ha de repetirse el número 6 para formar 2.124; cuántas veces el número 6 está *contenido* en 2.124; ó bien, conocer cuál es el número que, repetido seis veces es igual á 2.124, que está *contenido* seis veces en 2.124.

Tendréis necesidad de conocer el número de veces que 6 está contenido en 2.124, cuántas veces ha de repetirse 6 para formar 2.124; si, por ejemplo, teniendo 2.124 cosas que distribuir, y habiendo de dar 6 á cada persona, queréis saber á qué número de personas se extendería esta distribución, tendréis necesidad de saber qué número está contenido seis veces en 2.124, qué número repetido seis veces es igual á 2.124, si teniendo 2.124 cosas que repartir igualmente entre seis personas, queréis saber el número que debéis dar á cada una.

Si queréis saber á cuántas personas podéis distribuir seis cosas, teniendo vosotros 2.124, veréis primeramente que disminuyendo 6 de 2.124, disminuyendo 6 más del resto, y así sucesivamente, podréis dar 6 á tantas personas como veces podáis hacer esta sustracción.

Si tratáis de repartir igualmente este mismo número de cosas entre seis personas, hallaréis que sería necesario emplear 6 de esas cosas para dar una á cada persona; podríais, pues, dar de ellas tantas á cada persona como veces podáis distribuir 6, y, por consiguiente, tantas veces como podáis disminuir 6 de 2.124 *.

---

* Pueden proporcionarse dos objetos diferentes en una división, aunque tenga por objeto general dividir cierto número de cosas en partes iguales. Porque se puede suponer conocido el número de esas partes, y entonces se tiene por objeto conocer lo que es cada una de ellas; ó bien se puede suponer conocido lo que es cada parte, y en ese caso se tiene por objeto conocer cuantas partes pueden formarse.

Se ha visto en el texto por qué la operación sobre los números era la misma en los dos casos.

El profesor cuidará de escoger ejemplos en que se proponga tanto el primer objeto, como el segundo, y de mostrar como tomando á la inversa el mismo ejemplo, se hubiera alcanzado el otro objeto por la misma operación.

Podríais ejecutar inmediatamente esta operación, pero, por sencilla que sea en este caso, cada sustracción en particular, se ve bien que el número de veces que habría que repetir la operación, haría larga y penosa la operación completa *.

Tratemos ahora de abreviarla. Para ello observaréis que si, por ejemplo, disminuís 60 en lugar de 6, habréis disminuído diez veces 6, y que así podéis disminuir tantas veces 6 decenas como veces podáis disminuir 60.

Del mismo modo, si disminuís 600, en lugar de 60, ó en lugar de 6, habréis disminuído diez veces 60, ó, lo que es lo mismo, cien veces 6; podréis, pues, disminuir 60 tantas decenas de veces y 6 tantas centenas de veces como veces podáis disminuir el número 600.

Como no podéis sustraer 6.000 de 2.124, que es menor, comenzaréis por sustraerle 600, tantas veces como esta operación sea posible y tendréis el número de centenas de veces que podréis sustraer 6.

En efecto, no puede quedar después sino un número menor que 600, del cual no puede sustraerse 6 cien veces.

El número de veces que se puede sustraer 600 es menor que 10, porque diez veces 600 son 6.000, y el número dado es menor que 6.000.

Tomando este resto menor que 600, le sustraéis 60 tantas veces como esta operación sea posible, y tendréis el número de decenas que se le puede sustraer, y un resto menor que 60; el número de decenas será menor que 10, puesto que el número de que se ha de sustraer 60 es, como lo habéis observado ya, menor que 600.

Por fin, tomando este último resto, sustraéis el número 6, y tendréis el número de veces que 6 puede ser sustraído de él, número menor que 10, puesto que este resto es menor que 60.

Así tendréis, pues, primeramente las centenas de veces, después las decenas de veces y por último las simples unidades de veces que puede ser sustraído 6, y, por consecuencia, el número de veces que 6 puede ser sustraído de 2.124.

---

* Conviene demostrar esta dificultad por medio de algunas pruebas.

Pero si tuvierais que sustraer 600 de 2.124, os encontraríais, haciendo la operación, que os quedan tantas unidades y tantas decenas como contenía el primer número, puesto que no habéis de sustraer unidades ni decenas; encontraríais, pues, que tenéis 6 centenas que sustraer de 21 centenas, 6 de 21, y veríais que puede ser sustraído tres veces; que, por consiguiente, 6 puede serlo tres centenas de veces, y que os restan *tres centenas;* pero os restaban ya 24, tenéis, pues, un resto igual á 324. Buscaréis en seguida cuantas veces podéis sustraer 60 de 324, y veréis primeramente que os restan las cuatro unidades (puesto que no habéis de sustraerlas) y tendréis solamente seis decenas que sustraer de treinta dos decenas, 6 de 32.

Esta operación puede repetirse cinco veces; 6 puede, pues, ser sustraído *cinco decenas de veces,* y os quedarán dos decenas, á las cuales añadiréis 4 que, como sabéis, ya os restan.

Tenéis, pues, 24, de las que hay que sustraer 6; y enconréis que puede ser extraído cuatro veces. Habréis, pues, hallado que 6 puede ser sustraído de 2.124 *tres centenas de veces, cinco decenas de veces y cuatro veces,* ó *324 veces* *.

Cuando podéis sustraer un número de otro cierto número de veces, hasta que no quede más que un número menor que el primer número, deducís que ese primer número está contenido en el segundo el mismo número de veces con un resto. Así, por ejemplo, 6 está contenido tres veces en 21 y resta 3; 6 está contenido cinco veces en 32 y resta 2; 6 está contenido cuatro veces en 24 y no resta nada.

Encontrar cuantas veces puede un número estar contenido en otro se llama *dividir* el segundo por el primero, porque es dividir el segundo en tantas partes como unidades hay en el primero.

---

* Es preciso que el profesor haga ejecutar numéricamente estas operaciones sobre algunos números, y que la haga ejecutar también de la misma manera por la división compuesta; primeramente para que los alumnos, habiendo seguido en todos sus detalles la marcha de la operación, la entiendan más fácilmente y tengan de ella una idea más clara cuando la ejecuten bajo una forma abreviada. Se servirán también de ella hasta para hacerles entender esta última, si se siente dificultad.....

Encontrar cuantas veces 6 está contenido en 2.124 es dividir 2.124 por 6; es dividir 2.124 en seis partes iguales, puesto que el número repetido seis veces hará 2,124. El número que se divide se llama *dividendo;* aquel por el cual se divide se llama *divisor;* el número de veces que el divisor está contenido en el dividendo se llama *cociente.* Así, en este ejemplo, 2.124 es el *dividendo;* 6, el *divisor;* 354, el *cociente.*

Como las disminuciones sucesivas, necesarias para saber cuantas veces un número está contenido en otro, serán demasiado largas, conviene buscar un medio más sencillo para encontrar cuántas veces un número está contenido en otro. Observaréis, pues, primeramente que está contenido á lo menos una vez, puesto que el segundo número es necesariamente mayor que el primero, y que si estuviera contenido diez veces, ó más de diez veces, hubierais podido sustraer al menos una vez más ese mismo número supuesto diez veces mayor; luego, siguiendo la marcha de la operación precedente, tendréis ya agotada esta sustracción.

Diréis, pues: En 21 cuántas veces se contiene 6? supongo que está cuatro veces; cuatro veces 6 son 24; pero 24 es mayor que 21, $24 > 21$, está, pues, contenido menos de cuatro veces; supongo, pues, que está en él tres veces; tres veces 6 son 18; 18 es menor que 21, $18 < 21$, está, pues, contenido menos de cuatro veces y más de tres; está pues, contenido *tres veces* con un resto.

En general haréis esos tanteos hasta que lleguéis á encontrar dos números consecutivos, tales que el producto del menor por el divisor sea menor que el dividendo, y el producto del mayor por el divisor, mayor que el dividendo. Si el producto de un divisor por 9 es menor que el dividendo, es claro que el divisor estará contenido en él nueve veces, puesto que se sabe de antemano que el producto del mismo divisor por 10 es mayor que el dividendo. En efecto, entonces el número menor será el cociente, puesto que el divisor estará contenido ese número de veces en el dividendo con un resto menor que el divisor.

Supongamos ahora que tenéis que dividir 25.348 por 7; observaréis primeramente que el cociente no puede contener decenas de millar, puesto que siete veces 10.000 son $70.000 > 25.348$; pero puede contener millares, puesto que siete veces 1.000 son 7.000 $<$ 25.348. Diréis pues: en 25 (millares) ¿cuántas veces 7? Se contiene tres veces; tres veces 7 son 21; quitad 21 de 25, resta 4 (millares); escribiréis, pues, 3 (millares) al cociente. Para tener en seguida el número de centenas de veces que 7 puede estar contenido en el número que os resta, observaréis que además del resto 4 (millares), tenéis tres centenas que contenía el dividendo; diréis, pues, en 43 (centenas) ¿cuántas veces 7? Está 6 veces (seis centenas de veces); seis veces 7 son 42; resta una (centena). Para hallar el número de decenas de veces que 7 puede estar contenido en lo que os resta, observaréis que resta primeramente una (centena) y cuatro decenas que contenía el dividendo; tendréis, pues, 14 decenas; y diréis: En 14 (decenas) ¿cuántas veces 7? dos veces (dos decenas de veces); dos veces 7 son 14; quitad 14 de 14 resta 0. Para encontrar el número de unidades de veces que 7 puede estar contenido en el número que resta; observaréis, en fin, que no os restan sino las 8 unidades del dividendo, y diréis: En 8 ¿cuántas veces 7? una vez; queda 1. Sabéis, pues, que en 25.348, y está contenido tres mil veces, seis centenas de veces, dos decenas de veces, y una vez, y que resta 1; ó 3.621 veces, resta 1; el cociente de 25.348 por 7 será, pues, 3.521 con el resto 1.

25348	
7	3.621 resta 1
43	
14	
8	

Sea aún 1.634 á dividir por 8; observaréis que el cociente no puede contener sino centenas, y diréis: En 16 (centenas) ¿cuántas veces 8? dos (centenas de veces); dos veces 8 son 16; quita 16 de 16 resta 0. Tenéis en seguida tres (decenas) solamente, y diréis: En tres (decenas) ¿cuántas (decenas) veces 8? No hay siquiera una. Veréis, pues, que el cociente no puede contener decenas, y no teniendo más que 34 unidades; diréis: En 34 ¿cuántas veces 8? cuatro veces; 4 veces 8 son 32; quito 32 de 34, queda 2; 8 será, pues, contenido, en 1.634, dos centenas de veces, ninguna decena de veces, cuatro veces, ó 204, resta 2. El cociente de la división de 1.634 por 8 será, pues, 204, resta 2.

1.634	
* 8	204 resta 2
34	

DÉCIMA LECCIÓN

Supongamos ahora que el divisor consta de varias cifras; podréis emplear aun el mismo método.

Por ejemplo, si tenéis que dividir 27.237 por 123, buscaréis primeramente cual es la denominación numérica más elevada que pueda contener el cociente; y hallaréis que no puede contener millares, puesto que 1.000 veces 123 son $123.000 > 27.237$; pero que puede contener centenas, puesto que cien veces 123 son $12.300 < 27.237$. Observaréis en seguida que las decenas y las unidades del dividendo no influyen sobre el número de centenas de veces que el divisor puede hallarse contenido en él; y que en general todo número de una denominación inferior á la del número que ha de entrar en el cociente no puede influir sobre ese número, puesto que el aumento de una unidad en ese número exigiría al menos, en el dividendo, el de la unidad de un número de la misma denominación.

Del mismo modo que en la novena lección, para saber cuántas veces el número 123 está contenido en los dividen-

---

* El profesor, al enseñar á disponer la fórmula, explicará por qué es cómoda; cómo ocupa menos espacio y presenta las operaciones parciales de una manera más clara que otra disposición.

En general, no conviene que se lean descripciones escritas de una operación sensible sino en el caso en que no haya ningún medio de suplirla, y se debe antes haber acostumbrado á los niños á entender la descripción verbal de los objetos mismos, ó de una operación que se ejecuta, de una figura que se traza, antes de hacerles que lean la descripción escrita de un objeto de que se les muestra la imagen ó de la operación que se les representa completamente ejecutada.

dos parciales que formaréis, observaréis que no puede ser superior á 9; buscaréis, pues, desde 1 hasta 9, dos números consecutivos, tales, que el producto del divisor por el menor, sea menor, y el producto del dividendo por el mayor, mayor que el dividendo. Si el producto del divisor por 9 es menor que el dividendo se tendrá lo mismo 9 al cociente.

Diréis pues: En 272 (centenas) ¿cuántas veces 123? Dos (centenas) de veces; dos veces 123 son 246; quito 246 de 272, resta 26 (decenas), y 3 (decenas) que están en el dividendo, son 263; en 263 (decenas) ¿cuántas veces 123? Dos (decenas) de veces; dos veces 123 son 246; quito 246 de 263, resta 17 (decenas) que, con las 7 unidades del dividendo, son 177. En 177 ¿cuántas veces 123? Una vez; quito 123 de 177, resta 54. El cociente se compondrá, pues, de dos centenas, de dos decenas y de una unidad; será 221, con el resto 54.

27237	
123	221 *
263	
177	
Resta	54

Se comprende que, cuando el dividendo es un número grande, la necesidad de probar los números 2 hasta 9, para saber cuántas veces está contenido en uno de los dividendos parciales que se han formado, causen lentitudes que convendría abreviar.

Se conseguirá por el medio siguiente: supongamos que tenéis que dividir 727 por 122; observaréis que 700 $<$ 727 y 200 $>$ 122, y que así estando 200 contenido tres veces en 700, 122 está contenido á lo menos tres veces en 727; observaréis en seguida que 800 $>$ 727 y 100 $<$ 122, y que así no hallándose contenido 100 más que exactamente 8 veces en 800, 122 no puede estar contenida más de 7 veces en 727; no habéis, pues, de probar sino los números desde 3 hasta 7

Del mismo modo, si habéis de dividir 2.134 por 326, observaréis que 2.200 $>$ 2.134; 300 $<$ 326; y concluiréis que 300

* Aunque no se encuentre aquí más que un solo ejemplo, se comprende que será necesario ejercitar mucho á los alumnos en esta operación.

no pudiendo ser contenido más de siete veces en 2.200, 326 no podrá ser contenido más que siete veces, todo lo más, en 2.134. Observaréis en seguida que 2.100 $<$ 2.134 y 400 $>$ 326; puesto que 400 está contenido cinco veces en 2.100, 326 estará contenido á lo menos cinco veces en 2.134.

Si hubieseis tenido 2.034 en vez de 2.134 para dividir por 326, hubierais observado que 2.100 $>$ 2.034, no conteniendo sino siete veces exactamente 300 $<$ 326, 326 no puede hallarse contenido más que seis veces á lo más en 2.034. Hallando en seguida que 400 $>$ 326 está contenido cinco veces en 2.000 $<$ 2.034, concluiréis que 226 está contenido á menos cinco veces en 2.034; no habréis de probar aquí más que un solo número, el número 6 *.

---

* En la exposición de este medio sencillísimo de abreviar las pruebas para los cálculos algo complicados, y en varias otras operaciones, me he limitado á aplicar el principio general á uno ó varios ejemplos, sin desarrollar el principio.

Convendrá ejercitar á los alumnos en cierto número de ejemplos, y hacerles después observar á ellos mismos este principio general, común á cada ejemplo particular, para que ellos le descubran en cierto modo por su propia reflexión. Después se les conducirá á que le enuncien ellos mismos.

Se les hará observar luego la marcha que siguen en esta generalización, y cómo, á medida que aplican un razonamiento á un número, ó que ejecutan una operación sobre este número, tienen un sentimiento claro de la posibilidad de aplicar este razonamiento á otro número, de practicar una operación semejante.

Se les expondrá que, así como se han formado ideas generales fijando su atención sobre las porciones comunes á varias ideas particulares, del mismo modo se harán una idea de una operación general, fijando su atención sobre lo que hay de común en varias operaciones; y cómo ejecutando una operación particular tienen en seguida el sentimiento claro de que siguen la operación general.

Sabiendo, pues, que siguiéndola deben obtener un resultado exacto, siguen la operación particular con confianza, sin tener necesidad del sentimiento de la exactitud de la operación particular que ejecutan.

Así, después de haber deducido la precisión del método general del de las operaciones particularés, acaban por apoyar su con-

Porque si el producto es mayor que 2.034, 326 estará contenido en él cinco veces, y seis si el producto se halla menor.

---

fianza en la precisión de las operaciones que ejecutan sobre la del método general.

Se harán también observaciones:

1.° Sobre la naturaleza de estas proposiciones: tal cociente es menor que 10, es mayor que 3; es menor que 8, es 4, 5, 6 ó 7; ó la identidad parcial está entre la cualidad de *ser cociente* en tal hipótesis y la de *estar por debajo de diez,* de ser mayor que 3 y menor que 8; de ser uno de los cuatro números 3, 4, 5, 6.

La identidad está, pues, entre la cualidad absolutamente determinada de ser *tal cociente,* y la cualidad determinada de *estar sujeto á tal condición;* pero esta cualidad es indeterminada en cuanto al grandor del cociente.

Se notará, pues, que toda proposición está determinada en sí misma; pero que puede ser indeterminada desde un punto de vista particular.

Se notará además que la proposición no es susceptible de ser verdadero sino en el sentido en que está determinada; que es el único sentido en que se puede percibir ó deducir una identidad parcial.

Las proposiciones precedentes no expresan respecto á la cantidad absoluta de este cociente, sino solamente respecto á los límites de esta cantidad.

2.° Sobre este razonamiento por el cual se prueba que 122 está contenido á lo menos tres veces en 727, porque $200 > 122$ está tres veces en $700 < 727$.

Las decenas y las unidades complican los números en este caso, y por consiguiente es más difícil ver cuantas veces el uno puede contener al otro; se les reduce, pues, á números más sencillos, pero tales, que el número de veces que el uno está contenido en el otro, sea igual ó mayor que lo sería respecto de los números dados.

No conociendo el límite bajo el cual no puede estar este cociente, se buscan dos números más sencillos, de los cuales el cociente tenga un límite inferior, igual ó menor.

Lo mismo sucede con el otro límite: no es por casualidad, como se ha llegado á este método; pero nace de esta reflexión que no se ve fácilmente un límite próximo para el cociente cuando los números son grandes, mientras se le ve muy fácilmente cuando son mucho más pequeños.

UNDÉCIMA LECCIÓN

Cuando hayáis dividido en uno de los ejemplos de la novena lección 1.634 cosas entre 8 personas, habréis hallado que cada una de ellas podía tener 204 y restaban 2.

Suponed que esas cosas son del número de las que pueden dividirse en varias partes, y que habéis dividido una de ellas en 8, podréis dar una de esas partes á cada una de esas personas, y dividiendo la otra cosa del mismo modo, podréis dar todavía á cada persona otra de esas partes, y así tendrán cada una *dos de esas partes,* de las cuales 8 forman una cosa entera, ó *dos octavas partes* de la cosa. Habréis, pues, de dar á cada uno 204 y dos octavas partes, que se escriben así, $\frac{2}{8}$, habréis de dar $204 + \frac{2}{8}$.

Si se supone una cosa dividida en un cierto número de partes iguales, de manera que la suma de todas estas partes sea la cosa misma, se expresa una de estas partes, cuando no pasen de diez, como numeral partitivo, esto es, si se divide en dos, dos medios, $\frac{2}{2}$, si en tres, tres tercios, $\frac{3}{3}$, ... si en diez, diez décimos, $\frac{10}{10}$; pero si pasaren de diez se leerá como numeral ordinario, añadiendo la terminación *avos* al nombre del número de partes en que la cosa se haya considerado ser dividida.

Si ella se supone dividida en 100 partes, cada parte se llama un *cienavo;* si lo es en 238 partes, cada una se denomina *un doscientos treinta y ochoavos.*

Así, estas expresiones, *dos octavos,* $\frac{2}{8}$, indican que dos cosas han sido divididas en ocho partes cada una y que se toman dos de estas partes.

Por la misma razón *diez octavos,* $\frac{10}{8}$, indican que diez cosas han sido divididas en ocho partes cada una y que se toman diez de estas partes; pero 8 forman una cosa entera;

luego tomando diez partes se toma una cosa y dos octavos, $1+\frac{2}{8}$.

Cuando hayáis de partir 1.634 cosas entre ocho personas, podéis dividir cada cosa en ocho partes y dar á cada una 1.634 de esas partes; pero 1.634 de esas partes es lo mismo que 204 y $\frac{2}{8}$, que 204 cosas enteras y 2 de esas octavas. Así $\frac{1634}{8}=204+\frac{2}{8}$.

Como veis, suponiendo que esta división real de las cosas que habéis de repartir no tenga ningún inconveniente, tenéis una gran ventaja en poder dar 204 y en no dividir sino 2, y por consiguiente en encontrar el resultado de la división indicada $\frac{1634}{8}$.

Podéis observar, por último, que $\frac{2}{8}$, una parte de cada una de dos cosas semejantes divididas en 8, es lo mismo que la cuarta parte, que $\frac{1}{4}$ de una de ellas.

Si en lugar de repartir 1.634 cosas entre ocho personas, queréis saber á cuantas personas podéis dar ocho de esas cosas, hallaréis aún 204 y el resto 2; podréis dar 8 á 204 personas; tendréis 204 partes cada una de 8 cosas; y os restará un parte de dos cosas; pero esta parte de dos cosas es igual á $\frac{2}{8}$ de una parte de ocho cosas; tendréis, pues, 204 partes y 2 octavas partes; el cociente sería $204+\frac{2}{8}$.

Si hubieseis de haber dividido 164 por 9, habríais hallado 18, y un resto igual á 2; si, pues, tuvieseis que repartir 164 cosas entre 9 personas, á cada una correspondería 18 y dividiendo las dos restantes en 9 partes, cada persona tendría aún dos de esas partes; el cociente sería $18+\frac{2}{9}$. Si quisiereis distribuir esas 164 cosas en partes de 9 cada una, tendríais 18 partes y os quedaría una parte de dos cosas solamente; una parte que sería las $\frac{2}{9}$ de las otras; el cociente sería, pues, $18+\frac{2}{9}$.

Como veis, no basta, después de haber hecho una división, indicar simplemente el resto diciendo, por ejemplo: si divido 164 por 8, tengo 20, resta 4; si divido 164 por 9, tengo 18, resta 2; sino que es preciso decir: resta $\frac{2}{8}$, resta $\frac{2}{9}$, porque, aunque resten igualmente dos cosas en los dos casos, son, en un ejemplo, dos cosas para repartir entre ocho; y, en el otro, dos cosas para repartir entre nueve; en el uno, una parte que es las dos octavas de las otras partes; en la otra, una parte que es de la otra las dos novenas.

Las expresiones $\frac{2}{8}$, $\frac{2}{9}$, se llaman *fracciones;* se llaman los números que habéis considerado hasta aquí *números enteros;* cuando es necesario distinguirlos de las expresiones numéricas $\frac{2}{8}$, $204 + \frac{2}{8}$, por ejemplo, que contienen fracciones.

El número de partes que designa una fracción se llama *numerador de la fracción;* el número de partes en que se divide la cosa, se llama *denominador.**

---

* Se cuidará de ejercitar los alumnos de modo que se les hagan familiares las primeras ideas sobre los números fraccionarios, porque en lo sucesivo serán útiles para adquirir la de una relación en general.....

Se les advertirá que la palabra *fracción* procede de una palabra latina que significa *porción desprendida de una cosa rota;* que el *denominador* de la fracción que lleva su nombre saca su denominación de aquel número; las fracciones $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$ se llaman un octavo, dos, tres octavos, estas diversas fracciones son octavas; el *denominador* lleva ese nombre porque indica el número de las partes de la cosa que se supone dividida en tantas porciones como unidades contiene el *denominador.*

Se les hará ver que esas denominaciones se han introducido en la lengua de las ciencias, no de una manera arbitraria, sino por analogía.

Se les explicará que teniendo la palabra en sí misma un sentido general y vago, adquiere uno determinado y preciso, cuando se conviene en emplearle en una ciencia.....

Las palabras *división, multiplicación,* etc., que quedan aun en

DUODÉCIMA LECCIÓN

Habéis visto en la sexta lección que era útil tener un medio de comprobar una operación aritmética después de haberla hecho; sabéis cómo puede comprobarse una sustracción ó una adición; busquemos ahora cómo puede comprobarse una división y una multiplicación.

Supongamos que habiendo dividido 1.272 por 24, habéis hallado por cociente 53; es claro que si 24 está contenido exactamente 53 veces en 1.272, 53 veces 24 es lo mismo que 1.272, y que, por consiguiente el producto de 24 por 53 será 1.272.

Así en las divisiones en que no queda resta, el producto del divisor por el cociente, ó lo que es lo mismo, el producto del cociente por el divisor será igual al dividendo si las dos operaciones son exactas.

Si ahora tenéis una resta, como habíais dividido 1.253 por 24, y hallado por cociente 49 con la resta 3, es claro igualmente que 49 veces 25 debe ser igual á 1.253 menos 3; que el producto de 25 por 49 debe ser igual á 1.253 menos 3; y que en general el producto del cociente, en números enteros, por el divisor, más la resta, también en números enteros, la suma de ese producto y de la resta es igual al dividendo, se encuentra igual, si las operaciones están bien hechas.

En general, el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, sea entero ó fraccionario; 1.253 es igual al producto de 25 por $49 + \frac{3}{25}$, puesto que 25 veces tres partes de una cosa que se supone dividida en 25, es lo mismo que tres veces 25 de esas partes, y, por consiguiente, que tres veces la cosa entera; lo mismo que los $\frac{3}{25}$ de 25 cosas son tres veces la vigésima quinta de 25 cosas ó tres veces una cosa entera.

---

la lengua bajo diversas acepciones relativas á su sentido general y primitivo, y que tienen uno propio para designar una operación aritmética, sirven de ejemplo.

Si habéis multiplicado 54 por 25, y hallado el producto 1.350, es claro que 54 debe estar contenido 25 veces en 1.350, si el producto es exacto. Podréis, pues, comprobar la exactitud de la operación dividiendo 1.350 por 25; y en general si las operaciones son justas, hallaréis que el cociente del producto, dividido por el multiplicador es igual al multiplicando.

Pero cuando el multiplicador es un número grande, esta operación es muy complicada; convendrá sustituirla por otras más sencillas. Ahora bien, para multiplicar 54 por 25, por ejemplo, lo multiplicáis primeramente por 5 unidades, y tendréis el producto 270; después por 2 (decenas), y tenéis el producto 108 (decenas); de ese modo, 5 debe estar contenido 54 veces en 270; y 2 ha de estar 54 veces en 108, si la operación es exacta. Podréis, pues, comprobar la multiplicación, dividiendo sucesivamente por las cifras correspondientes del multiplicador, los productos parciales que forman el producto total, y los cocientes deben ser entonces todos iguales al multiplicando.

Sólo faltará comprobar si es exacta la adición hecha de esos diversos productos.

Esta prueba de la multiplicación contiene un número mayor de operaciones, pero son más sencillas; y además tienen la ventaja de mostrar inmediatamente en qué parte de la multiplicación se encuentra el error *.

---

* Se ha podido observar que en las tres últimas lecciones las explicaciones escritas son mucho menos extensas. El profesor las suplirá.

Habría inconveniente en seguir mucho tiempo la misma marcha que la seguida en las primeras lecciones; se hacía fastidiosa á fuerza de ser fácil, y favorecería la pereza mental; pero el paso de esta primera marcha á otra más concisa debe ser facilitada por explicaciones verbales; la inteligencia del texto, cuando se relee, se ayuda entonces por el recuerdo de esas explicaciones....

TERCERA PARTE

Ejercicios sobre las Cuatro Reglas

POR

HENRI VOGT

SEGUIDOS

de las tablas de **Adición**
de **Sustracción**
de **Multiplicación**
de **División**

y de varios problemas y ejercicios por los profesores de la escuela

Esta tercera parte está destinada á servir de guía y á suministrar tipos de ejercicios y de problemas á los profesores, quienes podrán imaginar otros análogos y muy variados.

Estos problemas y ejercicios deberán corresponder siempre á las operaciones indicadas en las lecciones y no exceder nunca las lecciones estudiadas.

Las tablas de adición, de sustracción, de multiplicación y de división no serán copiadas por los alumnos, sino *construídas* por ellos sobre las indicaciones del profesor.

PRIMERA SECCIÓN 0 á 10

Lección preparatoria 0

Nada se dice CERO, 0.
No tengo *nada;* tengo cero, 0.
No tengo bola; tengo cero bola, 0.
Cero se escribe con la cifra 0.
Lectura 0, 0, 0.

Lección 2.ª I

El número más pequeño es UNO.
Tengo *un* sombrero, *un* chaleco.
El niño tiene *una* frente, *una* nariz, *una* barba.
Todos tenemos... papá y... mamá.
La tierra gira sobre sí misma en *un* día.
En cada dedo hay... uña.
El número *uno* se escribe con la cifra 1.
¿Cuántas letras hay en las palabras: á, ó, y, ú?
Lectura 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1.

Lección 3.ª el signo menos —

Pablo tenía una manzana; se la comió. ¿Qué le queda?
Le queda $1^m - 1^m =$

Respuesta:

Cuando se quita, sustrae, corta, come, etc., quedan *menos* objetos que antes. Esta operación, llamada substracción, se indica por el signo menos —

León tiene una bola; pierde una. ¿Cuántas le quedan?

Pablo descubre y toma un huevo; le rompe. ¿Cuántos le quedan?

Lección 4.ª 2

Una bola y una bola hacen DOS bolas.

La persona tiene *dos* ojos, *dos* orejas, *dos* brazos, *dos* piernas, etc.

Los bípedos, como la gallina, tienen *dos* patas.

Un ángulo está formado por *dos* rectas que se cortan. Un reloj tiene *dos* agujas. Una bicicleta tiene *dos* ruedas. Un camello tiene *dos* jibas. Un dromedario tiene *una* jiba.

Una *pareja* de palomas se forma de *dos* palomas. Un *par* de zapatos se forma de *dos* zapatos: *dos es un número par*, porque contiene exactamente una *pareja*.

El número *dos* se escribe con la cifra 2.

Lectura 0, 1, 2, 2, 1, 0, 2, 2, 0, 1, 2.

¿Cuántos brazos tenemos? ¿cuántos ojos? ¿cuántas piernas? ¿cuántas bocas? ¿cuántas frentes?

¿Cuántas letras hay en las palabras: yo, y, tú, él, á, la?

Lección 5.ª la sustracción, el signo igual =

$2 - 1 =$ $1 - 1 =$ $2 - 2 =$

= *Signo igual*. Todo lo que está á un lado de este signo debe *igualar* lo que está al otro lado.

Carlos tenía 2 plumas; da una á Luis. ¿Cuántas le quedan?

Había 2 alumnos en un banco, uno de ellos se va. ¿Cuántos quedan?

Lección 6.ª el signo más +

Luis tenía *una* bola; después encuentra *una* bola. ¿Cuántas bolas tiene?

Luis tiene una bola *más* ó $1^b + 1^b =$

Respuesta:

Cuando se añade, adiciona, reune, etc., hay *más* cosas que antes. Esta operación, llamada adición, se indica por el signo más +

Pedro tiene un año; su hermano Luis uno más. ¿Qué edad tiene Luis?

Mi tío me da una avellana; mi tía lo mismo. ¿Cuántas tengo?

Lección 7.ª

$1 + 1 =$ $\quad$ $0 + 1 =$ $\quad$ $0 + 2 =$

$0 + 0 =$ $\quad$ $2 + 0 =$ $\quad$ $1 + 1 =$

Yo tenía una manzana. Me han dado una manzana más. ¿Cuántas manzanas tengo?

Julio tenía 2 almendras; León no tenía ninguna. Julio da las suyas á León. ¿Cuántas tiene León?

León tenía que hacer una línea, y le falta hacer una. ¿Cuántas líneas ha de hacer?

Lección 8.ª el doble

Julio tiene una nuez en cada mano. ¿Cuántas nueces tiene en junto?

En junto hay $1^n + 1^n$ ó 2 veces 1^n

Respuesta:

El doble de un número es 2 veces ese número. El doble de 1 es 2.

Una escuela tiene 2 clases, en cada una hay un profesor y cada uno tiene una mesa y una silla. ¿Cuántas mesas hay? ¿cuántas sillas?

Lección 9.ª

$1 + 1 = 2$ $\quad$ $1 + \quad = 2$

$0 + 1 = 1$ $\quad$ $0 + \quad = 1$

Pedro ha comido una nuez. ¿Cuántas ha de comer aún para haber comido 2?

Pedro ha de comer aún $1 + \quad = 2$

Respuesta:

Se entra en clase á la una. ¿Cuánto tiempo se ha de estar para salir á las dos?

Pablo tiene 1 año. ¿En cuánto tiempo tendrá 2 años?

Lección 10.ª

$1 + \quad = 2$ $\quad$ $2 - 1 =$

$1 + \quad = 1$ $\quad$ $1 - 1 =$

$2 + \quad = 2$ $\quad$ $2 - 2 =$

Esteban tiene 2 reglas; las rompe: ¿cuántas reglas le quedan en buen estado?

Tengo 2 nueces en un bolsillo, 1 en el otro. ¿Cuánto tengo de más en uno que en otro?

Enrique tiene 1 año y León 2. ¿Cuál es la diferencia de sus edades?

Una tiene 2 metros y otra tiene 1 metro. ¿Cuál es la diferencia de sus alturas?

Dividir un número en 2 partes iguales, es tomar la mitad de él. El número 2 puede ser dividido en 2 partes iguales, en 2 mitades, en 2 medias. La mitad de 2 es 1.

2 mitades de manzana hacen una manzana. Una mitad se escribe $\frac{1}{2}$.

¿Cuál es la mitad de 2? ¿la mitad de 1? ¿Cuánto hacen las dos mitades de una ciruela? ¿de un melocotón?

Lección 11.ª $2 + 1 = 3$

Dos bolas y una bola son TRES bolas. Una trébedes tiene *tres* pies. El triángulo tiene *tres* lados y *tres* ángulos. En un trimestre hay *tres* meses. Un triciclo tiene *tres* ruedas. La hoja del trébol es trilobulada ó tiene *tres* lóbulos.

Los dedos tienen... falanges; excepto el pulgar, que tiene...

El número tres se escribe con la cifra 3.

Lectura: 3, 2, 1, 0, 3, 1, 3, 2.

$3 = 2 + 1 = 1 + 2 = 3.$

3 es un número *impar*, porque contiene 1 y un par.

Contar de 1 á 3; contar de 3 á 1.

¿Cuántas letras hay en las palabras: pan, do, sal, ó, mi?

¿Qué números impares conoce V.? ¿Puede dividirse 3 en 2 partes iguales? ¿Cuál es la mitad de 3 manzanas?

Lección 12.ª composición del número 3

$2 + 1 = 3$	$2 + \quad = 3$	$3 - 2 =$
$3 + 0 = 3$	$3 + \quad = 3$	$3 - 3 =$
$1 + 2 = 3$	$1 + \quad = 3$	$3 - 1 =$

Yo quiero tener 3 bolas. ¿Cuántas han de darme si no tengo más que 1? sino tengo más que 2?

Luis tiene 3 nueces. Da 2 á su hermano. ¿Con cuántas se queda?

Julio necesita una pluma. 3 camaradas le dan una cada uno. ¿Cuántas le sobran?

Lección 13.ª

$2 + 1 =$	$1 + 0 =$	$1 + \quad = 1$
$0 + 1 =$	$1 + 2 =$	$1 + \quad = 2$
$1 + 1 =$	$1 + 1 =$	$1 + \quad = 3$

Pedro ha comido una nuez. ¿Cuántas ha de comer aún para haber comido 3? 2?

Juan tiene 2 gatos. ¿Cuántos le faltan para tener 3?

Lección 14.ª

$1 + 2 = 3$	$1 + \quad = 2$	$1 - 1 =$
$1 + 1 = 2$	$1 + \quad = 3$	$3 - 1 =$
$1 + 0 = 1$	$1 + \quad = 1$	$2 - 1 =$

Ya no tengo más que una manzana. ¿Cuántas he comido si antes tenía 3? ¿si antes tenía 2?

Creía no tener más que 2 bolas y tengo 3. ¿Cuántas tengo de más?

Julio pensaba no haber guardado más que una naranja y tiene 3. ¿Cuántas tiene de exceso?

Lección 15.ª el triple

$1 + 1 + 1 =$	3 veces $0 =$
$0 + 0 + 0 =$	3 veces $1 =$

El triple de un número es 3 veces ese número. El triple de 1 es 3 veces $1 = 3$. Tres niños tienen cada uno 1 bola. ¿Cuántas bolas tienen en junto?

El tercio

Dividir un número en 3 partes iguales es tomar el tercio de él, la tercera parte. El número 3 puede ser dividido en 3 partes iguales, en 3 tercios. El tercio de 3 es 1. $\frac{3}{3} = 1$

3 veces el tercio de una manzana hacen una manzana. 1 tercio se escribe $\frac{1}{3}$. 2 tercios se escriben $\frac{2}{3}$

¿Cuál es el tercio 3? ¿de 1? ¿de 2?

Luis tenía 3 nueces; se come el tercio de ellas. ¿Cuántas le quedan?

Se reparten en partes iguales 2 naranjas á 3 niños. ¿Qué parte corresponderá á cada niño de 1 naranja? ¿de 2 naranjas?

Lección 16.ª revisión

$1 + 1 + 1 =$	$3 - 1 - 2 =$	$1 + 2 - 3 =$
$0 + 2 + 0 =$	$3 - 0 - 2 =$	$1 + 1 - 1 =$
$0 + 1 + 2 =$	$3 - 1 - 1 =$	$2 + 1 - 1 =$

Alfredo tiene 1 bola en un bolsillo y 2 en el otro. Pierde 3 bolas. ¿Cuántas bolas le quedan?

Tengo 2 nueces en un bolsillo, 1 en el otro. ¿Cuántas tengo en junto? ¿Cuántas tengo más en uno que en otro?

Julio tenía 2 bolas. Encuentra 1. ¿Cuántas tiene? Pierde 3. ¿Cuántas le quedan?

Lección 17.ª $3 + 1 = 4$

Tres bolas y *una* bola son CUATRO bolas.

Un camión tiene *cuatro* ruedas. Una silla tiene *cuatro* pies. El cuadrado tiene *cuatro* lados y *cuatro* ángulos rectos. Los cuadrúpedos, como el perro, tienen *cuatro* patas. El año se divide en *cuatro* estaciones: primavera, verano, otoño é invierno.

El número *cuatro* se escribe con la cifra 4.

Lectura: 4, 3, 2, 1, 0, 4, 3, 4, 2.

Tenemos ... brazos y... piernas, en junto ... miembros.

Dos parejas de palomas son ... palomas.

Un par de botas es ... botas. 2 pares son ... botas.

El doble de 2 es ...

4 es un número *par*, porque contiene ... pares.

Contar de 1 á 4. Contar de 4 á 1.

¿Cuántas letras hay en las palabras edad, ave, bola, cubo, ala, ni, mar, si?

Colocar 2 bolas, 4 bolas en 2 columnas iguales.

Cuántos pares en 2 palomas? ¿4 palomas? ¿3 palomas?

Lección 18.ª composición del número 4

$3+1=4$	$0+\quad=4$	$4-2=$
$2+2=4$	$1+\quad=4$	$4-1=$
$1+3=4$	$3+\quad=4$	$4-3=$

Julio tiene 1 bola, Pedro 1 y Luis 2. ¿Cuántas tienen en junto?

Pedro tiene una manzana. ¿Cuántas tendría si le diesen 3?

Félix tiene una bola. ¿Cuántas ha de encontrar para tener 2? ¿4? ¿3?

Lección 19.ª

$2+1=$	$3+1=$	$1+2=$	$4-1=$
$3+1=$	$1+1=$	$1+3=$	$4-3=$
$1+1=$	$0+1=$	$1+1=$	$4-2=$

Tengo 3 garbanzos en la mano izquierda, 1 en la otra. ¿Cuántos tengo más en la mano izquierda. ¿Cuántos tengo en todo?

Carlos tenía 4 plumas. Da una á Raul. ¿Cuántas tiene todavía? ¿Cuántas le quedarán si da una á Roberto?

Lección 20.ª

$1+3=$	$2+2=$	$2+1=$	$2+\quad=4$	$3-2=$
$2+2=$	$0+2=$	$2+2=$	$2+\quad=3$	$2-2=$
$0+2=$	$1+2=$	$2+0=$	$2+\quad=2$	$4-2=$

Yo tenía 4 nueces; me como 1 y doy 2. ¿Cuántas me quedan?

Juan tiene dos años. ¿Cuántos años tardará en tener 3 años? ¿4 años? ¿2 años y medio?

María tiene 2 nueces, Marta otras tantas. ¿Cuántas tienen en junto?

Lección 21.ª el doble

$1+1=$	2 veces $1=$	2 veces $\quad=2$	2 veces $\quad=0$
$0+0=$	2 veces $0=$	2 veces $\quad=4$	2 veces $\quad=2$
$2+2=$	2 veces $2=$	2 veces $\quad=0$	2 veces $\quad=4$

2 niños tienen cada uno 2 bolas. ¿Cuántas tienen en junto?

Margarita y Juana tienen cada una 2 agujas. ¿Cuántas tienen en junto? ¿Cuántas tendrían si cada una no tuvieran más que una?

2 niños tienen cada uno 2 ciruelas. ¿Cuántas tienen en junto? Comen cada uno una. ¿Cuántas han comido? ¿Cuantas les quedan?

Lección 22.ª la mitad

2 veces $= 4$	2 veces $= 2$	$\frac{4}{2} =$
2 veces $= 0$	2 veces $= 0$	$\frac{2}{2} =$
2 veces $= 2$	2 veces $= 4$	$\frac{0}{2} =$

Dividir un número en 2 partes iguales es tomar la mitad de él. La mitad de 2 es $\frac{2}{2} =$. La mitad de 4 es $\frac{4}{2} =$

Si se reparten 4 nueces entre 2 niños. ¿Cuántas nueces tendrá cada uno?

¿Cuál es la mitad de 4? ¿de 2?

¿Pueden partirse 3, 4, 2 en 2 mitades?

Lección 23.ª el cuádruple

$1 + 1 + 1 + 1 =$	4 veces $0 =$	4 veces $= 4$
$0 + 0 + 0 + 0 =$	4 veces $1 =$	4 veces $= 0$

Problema: 4 niños tienen cada uno una bola. ¿Cuántas tienen en junto?

Julio tiene una pera; Pedro, Ludovico y Mauricio tienen cada uno lo mismo que Julio. ¿Cuántas tienen en junto? Cada uno come media pera. ¿Cuántas peras han comido? Cuántas les quedan?

Lección 24.ª el cuarto

4 veces $= 0$	$\frac{4}{4} =$
4 veces $= 4$	$\frac{0}{4} =$

Dividir un número en 4 partes iguales es tomar la cuarta parte de él. El cuarto de 4 es $\frac{4}{4} =$

4 cuartos de unidad hacen una unidad. 1 cuarto de unidad se escribe $\frac{1}{4}$.

Problema:

Si reparto en partes iguales 4 peras entre 4 niños, ¿cuántas tendrá cada uno?

¿Cuánto hacen 4 cuartos de una manzana? ¿2 cuartos de una naranja?

Distribuyo la mitad de una anana entre 2 niños. ¿Cuánto le tocará á cada uno?

¿Qué falta á los 3 cuartos de una manzana para formar la manzana entera?

Luis tenía 4 nueces; se come el cuarto. ¿Cuánto le queda?

Enrique tenía 4 bolas; pierde 2 cuartos. ¿Cuántas le quedan?

Lección 25.ª revisión

$1+2+1=$	$4-1-1=$	$1+3-2=$	$2+2-1=$
$1+1+1=$	$4-2-1=$	$2+2-1=$	$1+1-1=$
$1+0+2=$	$4-0-2=$	$3+1-3=$	$1+1+2=$

Julio y Luis han cogido cada uno 2 naranjas. Comen una cada uno. ¿Cuántas quedan?

Hay 3 alumnos en una mesa, 1 en otra. ¿Cuántos alumnos hay? 2 se van. ¿Cuántos quedan?

Lección 26.ª revisión

Pedro tiene 2 bolas; cada uno de sus 2 hermanos le da 1 bola. ¿Cuántas bolas tiene?

En un manzano hay aún 4 manzanas; Julio coge 1 y Luis 2. ¿Cuántas quedan?

León y Camilo tienen 2 peras cada uno; juntos comen 3. ¿Cuántas quedan?

Hay 3 alumnos en una mesa, 1 en otra. ¿Cuántos alumnos hay? 2 se van. ¿Cuántos quedan?

Si se ponen bolas en líneas iguales y sobre tantas líneas como haya de bolas por línea, se tiene un cuadrado.

El número total de bolas es llamado un cuadrado. Si hay 2 bolas por línea, habrá 4 en todo. 4 es el cuadrado de 2.

¿Cuál es el cuadrado de 1? ¿de 2?

Lección 27.ª $4 + 1 = 5$

Cuatro bolas y *una* bola son CINCO bolas.

El pentagrama consta de *cinco* líneas paralelas. La flor del rosal tiene *cinco* pétalos. Tenemos *cinco* sentidos: vista, oído, olfato, gusto y tacto. Nuestros pies y manos tienen *cinco* dedos.

El número *cinco* se escribe con la cifra 5.

Lectura: 5, 4, 3, 2, 1, 0, 5, 3, 5, 4, 5, 2.

5 contiene 1 y 2 pares: 5 es un número impar.

$4 + 1 =$ $\qquad$ $1 + 4 =$ $\qquad$ $1 + 2 + 2 =$

Contar de 1 á cinco; de 5 á 1.

¿Cuántas letras entran en las palabras: regla, pera, comer, sol, beber, etc.?

¿Se pueden colocar 5 cerezas, 3 cerezas, 4 cerezas en 2 columnas iguales?

¿Cuáles son los números impares hasta 5?

Lección 28.ª composición del número 5

$4 + 1 = 5$	$1 + \quad = 5$	$5 - 5 =$
$3 + 2 = 5$	$0 + \quad = 5$	$5 - 1 =$
$2 + 3 = 5$	$2 + \quad = 5$	$5 - 3 =$

Dos personas tienen 5 metros de tela; la primera tiene 3 metros. ¿Cuántos tiene la otra?

Luis tiene 5 bolas; Pedro, 1. ¿Cuántas tiene más Luis que Pedro? ¿Cuántas ha de dar el uno al otro para que los dos tengan lo mismo?

Una vara tiene 5 metros; otra 2^m. ¿Cuánto tiene la una más que la otra?

Lección 29.ª

$4 + 1 =$	$1 + 3 =$	$1 + \quad = 5$	$4 - 1 =$
$3 + 1 =$	$1 + 2 =$	$1 + \quad = 4$	$3 - 1 =$
$1 + 1 =$	$1 + 4 =$	$1 + \quad = 1$	$2 - 1 =$

Un frasco contiene 1 litro de vino; otro 4 litros. ¿Cuánto vino contienen en junto?

Juan tenía 5 plumas. Da una á cada uno de sus 3 hermanos. ¿Cuántas tiene todavía?

He hecho una línea. ¿Cuántas he de hacer para haber hecho en todo 5, 3, 4, 2?

Lección 30.ª

$3 + \quad =$	$2 + 2 =$	$2 + \quad = 5$	$4 - 2 =$
$1 + \quad =$	$0 + 2 =$	$2 + \quad = 3$	$5 - 2 =$
$2 + \quad =$	$3 + 2 =$	$2 + \quad = 4$	$1 - 2 =$

Un labrador tiene 5 bueyes; un par de bueyes está en el campo. ¿Cuántos bueyes quedan en el establo?

Contar por 2 de 1 á 5, de 5 á 1.

¿Cuánto es inferior á 5 el doble de 2?

Tenía 5 palomas. Vendo 2 pares. ¿Cuántas palomas me quedan?

Lección 31.ª

$3 + 2 =$	$1 + 2 =$	$2 + \quad = 5$	$5 - 1 =$
$1 + 1 =$	$2 + 1 =$	$1 + \quad = 4$	$4 - 2 =$
$2 + 2 =$	$1 + 4 =$	$2 + \quad = 3$	$3 - 1 =$

Una vasija contiene 5 litros de vinagre; se extrae de ella la mitad de 4 litros. ¿Cuánto vinagre queda?

Lección 32.ª

$1 + 2 + 2 =$	$5 - 1 - 2 =$	$3 + 2 - 4 =$
$2 + 1 + 1 =$	$4 - 2 - 1 =$	$1 + 3 - 2 =$
$0 + 1 + 2 =$	$5 - 3 - 0 =$	$2 + 2 - 1 =$

Alfredo y Luis tienen cada uno 2 bolas y Pedro 1. ¿Cuántas tienen en junto?

Julio tenía una naranja; Pedro, 3, y Andrés, 1. Entre todos se comen 2. ¿Cuántas naranjas les quedan?

Augusto tenía 5 nueces. Da una á Emilio y 3 á Eugenio. ¿Cuántas ha dado? ¿Cuántas le quedan?

Lección 33.ª

Un jardín contiene 2 ciruelos, 1 manzano y 2 cerezos. ¿Cuántos árboles hay?

3 niños tienen 5 naranjas; el primero tiene 2 y el segundo 1. ¿Cuántas tiene el tercero?

Se ata un hilo de 3 metros á otro de 2 metros; luego se cortan 4 metros. ¿Cuánto hilo queda?

Yo tenía 2 castañas y me como 1. Después me dan 4. ¿Cuántas tengo?

Dividir un número en 5 partes iguales es tomar el quinto. El quinto de 5 es 1.

El quinto de 1 es $\frac{1}{5}$. 5 quintas partes de unidad forman una unidad. 5 quintas de un número forman ese número.

Pedro tiene 5 bolas. Pierde 2. ¿Cuántas le quedan?

Se corta una manzana en 5 partes. Se toman 2 quintos. ¿Cuánto queda?

Lección 34.ª $5 + 1 = 6$

Cinco bolas y *una* bola son SEIS bolas.

El saltón tiene *seis* patas. Un dado tiene *seis* caras.

El número *seis* se escribe con la cifra 6.

Lectura: 6, 5, 6, 4, 6, 3, 6, 2, 6, 1, 0.

6 contiene ... pares. 6 es un número *par*. 3 pares de bueyes son ... bueyes. ... parejas de palomas son 6 palomas.

$5 + 1 =$ $\qquad$ $1 + 5 =$ $\qquad$ $2 + 2 + 2 =$

Contar de 1 á 6. Contar de 6 á 1.

¿Cuántas letras entran en las palabras cantar, salir, vestir, bailar, etc.?

Poner 6 cerezas, 4 cerezas, 2 cerezas en 2 columnas iguales.

¿Cuáles son los números pares hasta 6?

Lección 35.ª composición del número 6

$3 + 3 = 6$	$2 + \quad = 6$	$6 - 5 =$
$2 + 4 = 6$	$1 + \quad = 6$	$6 - 2 =$
$1 + 5 = 6$	$4 + \quad = 6$	$6 - 3 =$

Un gabinete tiene 2 sillas; ¿cuántas han de añadirse para que haya 6?

Yo tenía 6 granadas. ¿Cuántas me quedarán si pierdo 2? ¿3? ¿4 granadas?

Yo quería comer 6 nueces. ¿Cuántas habré de comer si he comido ya 1? ¿2? ¿5?

Lección 36.ª

$5+1=$	$4+1=$	$1+3=$	$6-1=$
$3+1=$	$1+1=$	$1+5=$	$4-1=$
$4+1=$	$5+1=$	$1+4=$	$2-1=$

Julio tiene 6 nueces; se come 1 y da 1 á León. ¿Cuántas nueces le quedan?

Pablo tiene una bola. ¿Cuántas le faltan para tener 5? para tener 6?

León tiene una avellana. ¿Cuántas tendrá si encuentra 2? ¿5? ¿4?

Lección 37.ª

$4+2=$	$3+2=$	$2+4=$	$2+\quad=5$	$6-2=$
$1+2=$	$4+2=$	$2+0=$	$2+\quad=4$	$2-2=$
$2+2=$	$1+2=$	$2+3=$	$2+\quad=6$	$5-2=$

He dado 4 manzanas y me quedan 2. ¿Cuántas tenía?

Me quedan 2 peras. ¿Cuántas tenía si he dado 3? 4? 1?

Félix tiene 2 naranjas; León, 4. ¿Cuál es la suma y la diferencia de sus números de naranjas?

Lección 38.ª

$3+3=$	$2+3=$	$3+1=$	$3+\quad=6$	$5-3=$
$1+3=$	$3+3=$	$3+3=$	$3+\quad=4$	$6-3=$
$2+3=$	$0+3=$	$3+2=$	$3+\quad=5$	$3-3=$

Quedan 3 ciruelas en un ciruelo. Había 6. ¿Cuántas han cogido?

Luis tiene 3 años. ¿Cuánto le falta para tener 6 años? ¿4 años? ¿5 años?

Juan tiene 6 años; Pedro, 3 años menos. ¿Qué edad tiene?

Lección 39.ª

$3+3=$	$1+5=$	$3+\quad=5$	$6-3=$
$2+1=$	$2+3=$	$2+\quad=6$	$5-1=$
$4+2=$	$3+1=$	$1+\quad=4$	$4-2=$

Me quedan 2 litros de agua. Tenía 6. ¿Cuántos me faltan?

Feliciano había de hacer 6 líneas; ha hecho ya 2. ¿Cuántas ha de hacer aún?

Lección 40.ª

$1+2+3=$	$6-2-1=$	$2+4-3=$	$6-3+1=$
$2+2+1=$	$5-1-2=$	$4+1-2=$	$5-2+3=$
$3+1+2=$	$4-2-2=$	$1+3-2=$	$5-1-2=$

Un saco contiene 1 kilogramo de harina; otro 5. De ellos se han extraído 3 kilogramos. ¿Cuántos quedan?

Se entra en clase á la una; se está en ella 3 horas. ¿A qué hora se sale?

Carlos tiene 2 años. ¿Cuántos tendrá dentro de 4 años?

Lección 41.ª

3 niños tienen: el primero 3 bolas; el segundo 2; el tercero 1. ¿Cuántas bolas tienen en junto?

Pedro tiene 4 nueces; se come 3 y coge otras 5. ¿Cuántas tiene ahora?

De un saco de 6 kilogramos de azúcar se han sacado 2 y luego 3. ¿Cuántos kilogramos se han sacado? ¿Cuántos quedan?

Lección 42.ª el doble

$3+3=$	2 veces 2 =	2 veces = 6
$1+1=$	2 veces 0 =	2 veces = 4
$2+2=$	2 veces 3 =	2 veces = 2

En cada uno de sus dos bolsillos tiene Luis 3 nueces. ¿Cuántas nueces tiene en junto?

Esos niños marchan en filas de 2. ¿Cuántos alumnos hay en 2 filas? ¿en 3 filas?

Lección 43.ª la mitad

2 veces 3 =	2 veces = 2	$\frac{0}{2}=$
2 veces 1 =	2 veces = 4	$\frac{6}{2}=$
2 veces 0 =	2 veces = 6	$\frac{4}{2}=$

Una madre tiene 6 cerezas; da la mitad á cada uno de sus 2 hijos. ¿Cuántas cerezas tiene cada uno?

¿Se reparte á 2 personas 1 albaricoque, 3 albaricoques, 6 albaricoques? ¿Cuántos tendrá cada una?

Pedro tenía 6 cerezas y ha dado la mitad de ellas. ¿Cuántas tiene todavía?

Lección 44.ª el triple

$2 + 2 + 2 =$	3 veces 1 =	3 veces = 0
$0 + 0 + 0 =$	3 veces 2 =	3 veces = 6
$1 + 1 + 1 =$	3 veces 0 =	3 veces = 3

¿Cuántos ojos tienen 3 personas?

¿De cuánto excede al 5 el triple de 2?

Un obrero ha recibido 3 piezas de 2 pesetas. ¿Cuánto ha recibido?

Lección 45.ª el tercio

3 veces 2 =	3 veces = 3	$\frac{0}{3} =$
3 veces 0 =	3 veces = 6	$\frac{3}{3} =$
3 veces 1 =	3 veces = 0	$\frac{6}{3} =$

Reparto 6 ciruelas por igual entre 3 niños. ¿Cuántas tendrá cada uno?

Julio tenía 6 peras; se ha comido el tercio. ¿Cuántas le quedan?

Pablo tiene 3 frutos que quiere dar fruto por fruto. ¿Á cuántos niños podrá dar? Si quisiera dar 2 frutos á cada uno, ¿cuántos le faltarían? ¿Cuántos le faltan?

Carlos tiene 6 plumas; da la mitad á Emilio y el tercio á Eugenio. ¿Cuántas ha dado á cada uno? ¿Cuántas le quedan?

Lección 46.ª el sexto

Dividir un número en 6 partes iguales es tomar el 6 sexto. 6 sextas partes de un número forman ese número. 6 sextos de unidad hacen una unidad. 2 sextos de unidad hacen un tercio de unidad. 3 sextos de unidad forman una media unidad.

Se divide un pastel en 6. Se toman 4 sextos. ¿Cuánto queda?

¿Qué hacen 3 sextos? ¿2 sextos? ¿5 sextos?

Una pera ha sido dividida en 2 partes iguales; cada una de estas partes, en 3 partes iguales. ¿Cómo se llama cada parte?

Lección 47.ª $6 + 1 = 7$

Seis bolas y *una* son SIETE bolas.

Una rueda se forma de *siete* rayos. La semana consta de *siete* días. En música hay *siete* notas.

El número *siete* se escribe con la cifra 7.

Lectura: 7, 1, 7, 2, 7, 3, 7, 4, 7, 5, 7, 6, 7.

En 7 hay 1 y ... pares: 7 es un número ...

Los números impares de 1 á 7 son: ...

$6 + 1 =$ $\quad$ $1 + 6 =$ $\quad$ $1 + 2 + 2 + 2 =$

Contar de 1 á 7. Contar por 2 de 1 á 7. Contar por 2 de 7 á 1.

¿Cuántas letras entran en las palabras: trabajo, caminar, torcer, escuela, moderna?

¿Se pueden colocar 5 bolas, 7 bolas en 2 columnas iguales?

¿Cuáles son los números impares hasta 7?

Lección 48.ª composición del número 7

$5 + \quad = 7$	$4 + \quad = 7$	$7 - 7 =$
$4 + \quad = 7$	$1 + \quad = 7$	$7 - 6 =$
$1 + \quad = 7$	$2 + \quad = 7$	$7 - 4 =$

Se han puesto sobre una mesa 1 vaso, 2 veces 2 vasos, y una vez 2 vasos. ¿Cuántos vasos se han puesto en junto?

Lección 49.ª

$5 + 1 =$	$6 + 1 =$	$1 + 5 =$	$1 + \quad = 4$	$7 - 1 =$
$4 + 1 =$	$4 + 1 =$	$1 + 2 =$	$1 + \quad = 7$	$5 - 1 =$
$6 + 1 =$	$5 + 1 =$	$1 + 6 =$	$1 + \quad = 6$	$2 - 1 =$

Luis tiene 6 bolas y 1 bola. Pedro tiene 1 bola y 3 bolas. ¿Cuántas bolas más tiene Luis que Pedro?

He perdido una bola. ¿Cuántas me quedan si no tenía más que 7? ¿6? ¿4?

Me queda una manzana. ¿Cuántas tenía si he dado 3? ¿2? ¿6?

Lección 50.ª

$5 + 2 =$	$4 + 2 =$	$2 + 3 =$	$2 + \quad = 6$	$7 - 2 =$
$1 + 2 =$	$5 + 2 =$	$2 + 4 =$	$2 + \quad = 3$	$6 - 2 =$
$3 + 2 =$	$1 + 2 =$	$2 + 5 =$	$2 + \quad = 7$	$4 - 2 =$

Un labrador tiene 6 palomas; da una pareja á cada uno de sus 2 hijos. ¿Cuántas palomas le quedan?

Luis tiene 2 bolas. ¿Cuántas le faltan para tener 7 bolas? ¿6 bolas? ¿4 bolas?

Lección 51.ª

$4 + 3 =$	$3 + 3 =$	$3 + 4 =$	$3 + \quad = 3$	$4 - 3 =$
$1 + 3 =$	$4 + 3 =$	$3 + 1 =$	$3 + \quad = 5$	$6 - 3 =$
$2 + 3 =$	$2 + 3 =$	$3 + 3 =$	$3 + \quad = 7$	$7 - 3 =$

Luis tiene 3 años; Alfonso, 7. ¿Cuál es la diferencia de sus edades?

Tengo 3 nueces. ¿Cuántas tendré si me dan 3? ¿2?

Un palo tiene 3 metros de largo; otro, 4 metros. ¿Cuál es la suma y la diferencia de sus longitudes?

Lección 52.ª

$3 + 4 =$	$0 + 4 =$	$4 + 3 =$	$4 + \quad = 4$	$5 - 4 =$
$2 + 4 =$	$1 + 4 =$	$4 + 2 =$	$4 + \quad = 6$	$7 - 4 =$
$1 + 4 =$	$3 + 4 =$	$4 + 1 =$	$4 + \quad = 7$	$6 - 4 =$

Un árbol tiene 7 metros de elevación; otro tiene 4. ¿Cuánto más elevado es el primero que el segundo?

He hecho 4 metros de labor. ¿Cuánto me falta si he de hacer 6? ¿7?

Yo tenía 7 litros de agua. No me quedan más que 4. ¿Cuántos he empleado? ¿Cuántos hubiera empleado si no tuviera más que 5 litros?

Lección 53.ª

$2 + 3 + 2 =$	$7 - 1 - 1 =$	$4 - 1 + 2 =$
$1 + 2 + 3 =$	$6 - 2 - 2 =$	$5 - 2 + 3 =$
$2 + 1 + 1 =$	$5 - 1 - 2 =$	$6 - 4 + 1 =$

Eugenio tiene 7 peras: 1 es mala y la tira; del resto da e tercio á Emilio. ¿Cuántas peras le quedan?

Luis tenía 7 nueces. Se come una y distribuye el resto entre 3 niños. ¿Cuántas tocan á cada uno?

Lección 54.ª

Una mujer tiene 3 parejas de palomas. ¿Cuántas le faltan para tener 7?

Tengo 3 nueces en una mano, 4 en la otra; me como 2. ¿Cuántas me quedan?

Yo tenía 7 huevos; me como 1, luego 2, luego 3. ¿Cuántos me quedan?

Pablo tiene 2 bolas, León el doble y Julio 1. ¿Cuántas bolas tienen en junto?

Juan tiene 2 naranjas; Pedro el triple. ¿Qué diferencia hay entre las que tienen cada uno?

Lección 55.ª el séptimo

Cuando se divide un número en 7 partes iguales, cada parte es un séptimo. Un séptimo de unidad es $\frac{1}{7}$. 7 séptimos de unidad hace una unidad. Los 7 séptimos de un número forman ese número.

He cortado una anana en 7 partes iguales. ¿Cuántas quedarán si tomo solamente 3 séptimos? ¿5 séptimos?

Lección 56.ª $7 + 1 = 8$

Siete bolas y *una* bola son OCHO bolas.

La araña tiene *ocho* patas.

El número *ocho* se escribe con la cifra 8.

Lectura: 8, 1, 8, 7, 8, 2, 8, 6, 8, 3, 5, 8.

Cada una de nuestras mandíbulas tiene ... incisivos; en junto tenemos ... incisivos.

4 pares de medias son ... medias. En 8 hay ... pares. 8 es un número.

Los números pares de 2 á 8 son: ...

$7 + 1 =$ $\quad$ $1 + 7 =$ $\quad$ $2 + 2 + 2 + 2 =$

Contar de 1 á 8, de 8 á 1. Contar por 2 de 2 á 8, de 8 á 2.

¿Cuántas letras entran en las palabras: profesor, dibujar, marítimo?

Colocar 8 bolas, 4 bolas, 6 bolas en 2 columnas iguales. ¿Cuáles son los números pares de 2 á 8?

Lección 57.ª

5 + = 8	4 + = 8	8 — 3 =
7 + = 8	2 + = 8	8 — 7 =
6 + = 8	1 + = 8	6 — 3 =

Se tienen 8 manzanas. Se ha dado la cuarta parte y se ha comido el doble de lo que se ha dado. ¿Cuántas manzanas quedan?

Julio tenía 8 nueces; se ha comido 3. ¿Cuántas le quedan? Después ha encontrado 2. ¿Cuántas tiene entonces? Si después pierde 6, ¿cuántas le quedarán?

Un guijarro pesa 6 gramos; otro, 2. ¿Cuánto pesan los dos juntos?

Lección 58.ª

7 + 1 =	6 + 1 =	1 + 5 =	1 + = 7	6 — 1 =
5 + 1 =	2 + 1 =	1 + 7 =	1 + = 4	7 — 1 =
6 + 1 =	7 + 1 =	1 + 6 =	1 + = 3	5 — 1 =

Pedro tiene un plato. ¿Cuántos le faltan para tener 8? para tener 6?

Luisa no tiene más que una aguja. ¿Cuántas le faltan para tener 8? ¿5?

Un jardinero no tiene más que una rosa en su jardín. ¿Cuántas rosas tenía si ha dado 7? ¿6? ¿3?

Lección 59.ª

6 + 2 =	5 + 2 =	2 + 4 =	2 + = 5	6 — 2 =
4 + 2 =	3 + 2 =	2 + 6 =	2 + = 7	8 — 2 =
5 + 2 =	6 + 2 =	2 + 5 =	2 + = 8	4 — 2 =

He comido 2 nueces; me quedan 6. ¿Cuántas tenía?

Pedro tiene una cuerda de 2^{m} y otra de 4^{m}. ¿Cuánto hacen las dos? ¿Cuánto harán si ata otra de 2^{m}? ¿y otra además?

Lección 60.ª

5 + 3 =	4 + 3 =	3 + 3 =	3 + = 8	4 — 3 =
2 + 3 =	5 + 3 =	3 + 5 =	3 + = 7	8 — 3 =

Quedan 3 manzanas en un manzano; antes tenía 8. ¿Cuántas se han comido?

Había 8 frutas en un plato. Juan toma 3 cada vez que puede. ¿Cuántas quedaban cada vez?

Luis tiene 3 metros de hilo. ¿Cuántos le faltan para tener 8? ¿4? ¿5?

Lección 61.ª

4 + 4 =	3 + 4 =	4 + 2 =	4 + = 8	7 — 4 =
1 + 4 =	4 + 4 =	4 + 3 =	4 + = 5	6 — 4 =

Luis tiene 8 años, ¿qué edad tenía hace 3 años?

Juan tiene 4 años. ¿Cuántos tendrá dentro de 2 años? ¿de 4 años? ¿de 3 años?

Santiago, Pablo y Emilio tienen respectivamente 7, 5 y 8 años. ¿Cuántos tenían cada uno hace 4 años?

Lección 62.ª

3 + 5 =	2 + 5 =	5 + 3 =	5 + = 7	8 — 5 =
1 + 5 =	3 + 5 =	5 + 0 =	5 + = 6	7 — 5 =

León tiene 8 años, Julio, 5. ¿Qué diferencia hay entre sus edades?

3 niños tenían respectivamente una, 3 y 2 bolas. ¿Cuántas tendrían cada uno si encontrasen cada uno 5 bolas?

Mi hermano ha perdido 5 plumas. ¿Cuántas le quedan si tenía 8? ¿6? ¿5?

Lección 63.ª

4 + 4 =	3 + = 8	6 — 3 =
2 + 5 =	2 + = 6	7 — 2 =
3 + 1 =	1 + = 4	8 — 1 =

Pedro tiene 2 plumas; ¿cuántas ha de recibir para tener 8?

Un arrendador tenía 6 carneros, 8 bueyes, 4 caballos. Presta 2 caballos, 3 carneros, 5 bueyes. ¿Cuántos animales le quedan de cada especie?

Luis tenía 8 bolas. Pierde sucesivamente 1, 2, 3. ¿Cuántas le quedan cada vez?

Lección 64.ª

Mi hermano tiene 8 años; ¿cuántos tenía hace 2 años? hace 3 años? hace 5 años?

Luis tiene 3 años, Julio 4; ¿cuánto suman sus edades?

Un árbol tiene 5 metros de elevación, otro tiene 3. ¿Cuál es la suma y la diferencia de sus elevaciones?

Un barril contenía 2^{l}; otro, 5^{l}; otro 1^{l}. ¿Cuántos litros contenían en junto?

Lección 65.ª

$1 + 2 + 5 =$	$8 - 1 - 2 =$	$2 + 6 - 3 =$
$4 + 1 + 2 =$	$7 - 2 - 3 =$	$7 - 3 + 1 =$
$2 + 2 + 1 =$	$6 - 3 - 1 =$	$8 - 2 - 3 =$

Pedro tiene 2 nueces y 1 nuez; Luis coge 3 nueces y 2 nueces. ¿Cuántas tienen en junto? ¿Cuántas menos tiene Pedro que Luis?

Félix tenía 8 clavos; emplea 2; luego, 5. ¿Cuántos ha empleado? ¿Cuántos le quedan?

Roberto tenía 6 nueces; se come 1; da 3; después le dan 4. ¿Cuántas tiene sucesivamente?

Lección 66.ª

Se atan por los extremos 3 cuerdas de 2 metros, 3 metros y 3 metros. ¿Cuál es la longitud total?

Un hombre tiene 8 litros de vino; da 2 y luego 3. ¿Cuántos le quedan?

Julio tenía 2 arbustos; planta 6 más; después arranca 3. ¿Cuántos arbustos le quedan?

Lección 67.ª el doble

$4 + 4 =$	2 veces 3 =	2 veces = 2
$2 + 2 =$	2 veces 4 =	2 veces = 8
$3 + 3 =$	2 veces 1 =	2 veces = 4

Julio tiene 2 bolas, Pedro el doble de 3. ¿Cuántas tienen en junto?

En un cesto había 8 ciruelas. 2 niños toman cada uno ciruela y media. ¿Cuántas han tomado? ¿Cuántas quedan?

2 cestos contienen cada uno 7 melocotones. 2 hermanos toman cada uno 3 melocotones de un cesto y del otro toman dos melocotones y medio. ¿Cuántos quedan en cada cesto?

Lección 68.ª la mitad

2 veces 4 =	2 veces = 6	$\frac{2}{2} =$
2 veces 0 =	2 veces = 8	$\frac{6}{2} =$
2 veces 3 =	2 veces = 4	$\frac{8}{2} =$

Pablo tiene 6 nueces; da la mitad de 8. ¿Cuántas nueces le quedan?

2 niños se reparten una pera, 8 ciruelas, 6 melocotones, 5 manzanas. ¿Cuál es la parte de cada uno?

Lección 69.ª varias veces 2

$2 + 2 + 2 =$	4 veces 2 =	veces 2 = 6
$2 + 2 + 2 + 2 =$	2 veces 2 =	veces 2 = 8

¿Cuántos bueyes se cuentan en 4 pares?

¿Cuántos palomos hay en 4 pares? ¿2 pares? ¿3 pares?

He comprado 3 pares de bueyes y 1 caballo. ¿Cuántos animales poseo en junto?

Lección 70.ª

3 veces 2 =	veces 2 = 8	$\frac{4}{2} =$
4 veces 2 =	veces 2 = 2	$\frac{8}{2} =$

Tengo 8 palomas. ¿Cuántas parejas son?

¿Cuántos pares hay en 6 palomas? ¿4 palomas? ¿7 palomas? ¿8 palomas?

Lección 71.ª

$2 + 2 + 2 + 2 =$	4 veces 0 =	4 veces = 8
$1 + 1 + 1 + 1 =$	4 veces 2 =	4 veces = 4

Una mesa de clase contiene 2 sitios. ¿Cuántos sitios hay en 4 mesas?

4 niños tienen cada uno 2 bolas. ¿Cuántas tienen en junto?

Lección 72.ª el cuarto

4 veces 1 =	4 veces = 8	$\frac{0}{4} =$
4 veces 2 =	4 veces = 4	$\frac{8}{4} =$

Cojo 3 frutas de un árbol, 5 de otro, y las divido por igual entre 4 niños. ¿Cuántas tendrá cada uno?

Se dan 6 melocotones á 4 niños que se los reparten por igual. ¿Cuántos melocotones tocan á cada uno?

Había 8 huevos: se reparten entre 4 personas. ¿Cuántos tocan á cada uno?

Lección 73.ª varias veces 4

2 veces 4 =	veces 4 = 4	$\frac{0}{4} =$
1 vez 4 =	veces 4 = 8	$\frac{8}{4} =$

Tengo 8 botones; ¿á cuántos niños alcanzarán dando 4 á cada uno?

Un niño tiene 8 palitos, hace grupos de 4 tantas veces como puede. ¿Cuántos grupos formará?

Lección 74.ª El octavo

Si se divide un número en 8 partes iguales cada parte es un octavo. Un octavo de unidad se escribe $\frac{1}{8}$.

8 octavos de unidad forman una unidad. 8 octavos de un número forman ese número.

¿Cuál es el cuarto de la mitad de 1? ¿la mitad del cuarto de 1? ¿Cuánto valen 2 octavos? ¿4 octavos?

Se corta una pera en 8 partes. Se toman 4, luego 2. ¿Cuántas quedan?

Lección 75.ª $8 + 1 = 9$ $9 =$

Ocho bolas y *una* bola son *nueve* bolas.

El número *nueve* se escribe con la cifra 9.

Lectura: 9, 8, 9, 6, 9, 4, 9, 3.

Hay ... notas sobre las líneas del pentágrama, y ... en las interlíneas. ¿Cuántas notas en junto?

Contar de 1 á 9; de 9 á 1. Contar por 2 de 1 á 9, de 9 á 1.

Contar por 3 de 0 á 9, de 9 á 0.

9 contiene 1 y ... pares. 9 es un número *impar*.

$8 + 1 =$	$1 + 8 =$	$3 + 3 + 3 =$

¿Cuántas letras entran en la palabra: Barcelona?

Se pueden colocar 7 bolas, 8 bolas en 2 columnas iguales?

¿Se pueden distribuir, en partes iguales, á 2 niños, sin romper ningún huevo, 6 huevos? ¿9 huevos? ¿4 huevos? ¿8 huevos?

¿Cuáles son los números impares de 1 á 9?

Lección 76.ª composición de 9

$7 + \quad = 9$	$5 + \quad = 9$	$9 - 2 =$
$8 + \quad = 9$	$6 + \quad = 9$	$9 - 8 =$
$6 + \quad = 9$	$1 + \quad = 9$	$9 - 3 =$

Yo tenía 9 palomas; doy 1 y 3 pares. ¿Cuántas palomas doy? ¿Cuántas me quedan?

Lección 77.ª

$5 + 1 =$	$2 + 1 =$	$1 + 7 =$	$1 + \quad = 9$	$5 - 1 =$
$7 + 1 =$	$8 + 1 =$	$1 + 6 =$	$1 + \quad = 6$	$9 - 1 =$
$8 + 1 =$	$5 + 1 =$	$1 + 8 =$	$1 + \quad = 4$	$7 - 1 =$

Un chalán tiene 9 caballos. Engancha varios de ellos á un coche de un caballo y á 3 coches de dos caballos. ¿Cuántos caballos le quedan libres?

Me queda 1 huevo. ¿Cuántos tenía si he consumido 8? ¿7? ¿6?

Lección 78.ª

$7 + 2 =$	$6 + 2 =$	$2 + 3 =$	$2 + \quad = 9$	$8 - 2 =$
$4 + 2 =$	$7 + 2 =$	$2 + 6 =$	$2 + \quad = 4$	$6 - 2 =$

Tengo 3 plumas y 2 plumas; Luis tiene 2 plumas y 1 pluma. ¿Cuántas plumas tenemos en junto?

Yo tenía 9 bolas. Voy retirando de ellas 2 tantas veces como es posible. ¿Cuántas quedan cada vez?

Luis tenía 6 ciruelas; se come 3. Pedro tenía 3; le dan 6. ¿Quién tiene más y cuántas?

Lección 79.ª

$4 + 3 =$	$2 + 3 =$	$3 + 6 =$	$3 + \quad = 7$	$6 - 3 =$
$6 + 3 =$	$5 + 3 =$	$3 + 3 =$	$3 + \quad = 9$	$8 - 3 =$

Yo tenía 9 lápices y 7 plumas; he gastado 3 plumas y 3 lápices. ¿Cuántas plumas me quedan? ¿Cuántos lápices?

León tiene 9 años y Julio 8. ¿Cuántos años tenía uno y otro hace 3 años? ¿Cuál era la diferencia de sus edades entonces, y cuál es la de hoy?

Pedro tiene 9 carneros; se retiran 3 tantas veces como se pueda. ¿Cuántos quedan cada vez?

Lección 80.ª

$5 + 4 =$	$3 + 4 =$	$4 + 2 =$	$4 + \quad = 9$	$8 - 4 =$
$2 + 4 =$	$1 + 4 =$	$4 + 3 =$	$4 + \quad = 6$	$7 - 4 =$

En un huerto hay 4 árboles. ¿Cuántos han de plantarse para que haya 9? ¿8? ¿7?

Lección 81.ª

$1 + 5 =$	$3 + 5 =$	$5 + 3 =$	$5 + \quad = 6$	$9 - 5 =$
$2 + 5 =$	$4 + 5 =$	$5 + 2 =$	$5 + \quad = 9$	$8 - 5 =$

Camilo tiene 2 cerezas, además le dan 3. ¿Cuántas ha de recibir aún para tener 9?

Tengo 9 pollos, 7 patos y 8 ocas. Doy 5 animales de cada clase. ¿Cuántos me quedan?

Una vara tiene 5 metros; otra 9^m, y una tercera 1^m. ¿Cuáles son sus diferencias respectivas?

Lección 82.ª

$1 + 2 + 2 =$	$8 - 1 - 2 =$	$1 + 7 - 3 =$
$5 + 2 + 2 =$	$9 - 3 - 4 =$	$4 + 3 - 2 =$
$3 + 2 + 2 =$	$6 - 2 - 2 =$	$2 + 6 - 4 =$

Una campesina saca 2 huevos del ponedero, luego 3 y después 4. Hace una tortilla con 5 y además se come 1. ¿Cuántos ha consumido? ¿Cuántos le quedan?

León tenía 1 bola, encuentra 3, pierde 2, encuentra 6, vuelve á perder 3, después 2. ¿Cuántas le quedan?

Juan tiene 5 bolas, encuentra 3, después 1. Carlos tenía 9, pierde 2, luego 3. ¿Cuántas tiene cada uno y cuántas más tiene el uno que el otro?

Lección 83.ª

En un manzano había 5 manzanas, de las cuales cayeron 2; en otro había 4 manzanas y cayeron 3. ¿Cuántas manzanas había? ¿Cuántas cayeron? ¿Cuántas quedaron?

Juan tiene 7 bolas; pierde 3; encuentra 5; luego pierde 4 y por último 2. ¿Cuántas bolas le quedan?

Una caja contenía 3 plumas; otra, 2 más. ¿Cuántas contiene la segunda? ¿Cuántas son en junto?

Lección 84.ª el triple

$2 + 2 + 2 =$	3 veces 1 =	3 veces = 9
$3 + 3 + 3 =$	3 veces 2 =	3 veces = 3
$0 + 0 + 0 =$	3 veces 3 =	3 veces = 6

¿Cuántos pies tienen 3 trespiés?

Juan encuentra 3 niños y da dos nueces á cada uno, y le queda una. ¿Cuántas tenía?

Adolfo tenía 9 cerezas. Da 1 á cada uno de 3 niños que encuentra. ¿Cuántas le quedan?

¿Cuál es el cuadrado de 2? ¿De 3? ¿De 1?

Se ponen árboles en cuadro de manera que hayan 3 por línea. ¿Cuántos hay en todo?

Lección 85.ª el tercio

3 veces 2 =	3 veces = 0	$\frac{9}{3}$ =
3 veces 3 =	3 veces = 6	$\frac{3}{3}$ =
3 veces 1 =	3 veces = 9	$\frac{6}{3}$ =

Marcelo ha comido 3 huevos, el tercio de los que tenía en casa. ¿Cuántos tenía? ¿Cuántos le quedan?

Julio tenía 6 gallinas; aumenta su haber con el tercio. ¿Cuántas tiene ahora?

Luis y sus 2 hermanos han encontrado respectivamente 1 huevo, 2 huevos, 5 huevos. Quieren repartirse el todo en partes iguales sin romper ningún huevo. ¿Pueden hacerlo?

Lección 86.ª varias veces 3

3 + 3 + 3 =	2 veces 3 =	veces 3 = 9
3 + 3 =	3 veces 3 =	veces 3 = 6
3	1 vez 3 =	veces 3 = 0

Se necesitan 3 líneas rectas para construir un triángulo. ¿Cuántas líneas se necesitarán para construir 2? ¿3?

Lección 87.ª

3 veces 3 =	veces 3 = 6	$\frac{6}{3}$ =
2 veces 3 =	veces 2 = 9	$\frac{3}{3}$ =
0 veces 3 =	veces 3 = 0	$\frac{9}{3}$ =

¿Hay en 7 un número exacto de veces 3? De 7 bolas retírense 3 bolas tantas veces como sea posible.

Lección 88.ª El noveno

Si se divide un número en 9 partes iguales, cada parte es un noveno. El noveno de una unidad se escribe $\frac{1}{9}$. 9 novenos de unidad forman una unidad. Los 9 novenos de un número valen ese número.

¿Cuál es el noveno de una manzana?

Se divide una naranja en 9 partes. Se toman 6. ¿Cuántas quedan?

¿Cuántos novenos hay en un tercio? ¿2 tercios? ¿3 tercios?

Lección 89.ª $9 + 1 = 10$

Nueve bolas y *una* bola son *diez* bolas.

La langosta y el cangrejo tienen *diez* patas. Una decena de bolas son *diez* bolas.

Diez es una *decena.* El número *diez* se escribe así: 10. El cero carece de valor; pero está colocado en primer lugar; el 1, colocado á su izquierda, está, pues, en segundo lugar; *en segundo lugar se pone la decena.*

Lectura: 10, 9, 10, 7, 10, 5, 10, 1, 10, 2, 3, 10.

En cada mandíbula tenemos 6 muelas grandes y 4 pequeñas, en todo ... muelas.

Tenemos ... dedos en cada mano, y ... dedos en ambas manos.

Contar de 1 á 10, de 10 á 1. Contar por 2 de 2 á 10, de 10 á 2.

En 10 hay ... pares: *10 es un número par.*

$9 + 1 =$ $\quad 1 + 9 =$ $\quad 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$

¿Cuántas letras entran en las palabras: canaletas, trabajador?

¿Cuáles son los números pares de 2 á 10?

Lección 90.ª composición de 10

$4 + 6 = 10$	$3 + \quad = 10$	$10 - 2 =$
$6 + 4 = 10$	$2 + \quad = 10$	$10 - 7 =$
$1 + 9 = 10$	$4 + \quad = 10$	$10 - 6 =$

Un padre tiene 10 fresas; da 2 á cada uno de sus 4 hijos. ¿Cuántas le quedan?

Pedro tenía 9 melocotones, 8 ciruelas, 10 albaricoques. Se come una fruta de cada especie. ¿Cuántas le quedan de las mismas?

Luis tenía 1 nuez. ¿Cuántas han de darle para que tenga 5, 10, 9, 6, 8?

Lección 91.ª

$7 + 1 =$	$8 + 1 =$	$1 + 8 =$	$1 + \quad = 8$	$9 - 1 =$
$9 + 1 =$	$7 + 1 =$	$1 + 6 =$	$1 + \quad = 10$	$8 - 1 =$
$5 + 1 =$	$2 + 1 =$	$1 + 7 =$	$1 + \quad = 6$	$10 - 1 =$

Tengo un botón; ¿cuántos me han de dar para tener 10, 8, 6?

Lección 92.ª

$6 + 2 =$	$7 + 2 =$	$2 + 6 =$	$2 + \quad = 9$	$9 - 2 =$
$8 + 2 =$	$6 + 2 =$	$2 + 5 =$	$2 + \quad = 8$	$10 - 2 =$
$5 + 2 =$	$8 + 2 =$	$2 + 3 =$	$2 + \quad = 10$	$6 - 2 =$

Roberto tenía 10 nueces; se come 3 y da 3 á cada uno de sus hermanos. ¿Cuántos hermanos tiene? ¿Cuántas nueces le quedan?

En un saco hay 10 castañas. Cuéntese lo que quedará sucesivamente retirándose 2 de cada vez.

De 9 cerezas retírense 2 tantas veces como sea posible.

Lección 93.ª

$6 + 3 =$	$2 + 3 =$	$3 + 6 =$	$3 + \quad = 9$	$10 - 3 =$
$7 + 3 =$	$5 + 3 =$	$3 + 4 =$	$3 + \quad = 10$	$9 - 3 =$
$4 + 3 =$	$7 + 3 =$	$3 + 5 =$	$3 + \quad = 8$	$6 - 3 =$

En un saco había 10 bolas. Luis y Enrique tomaron 3 cada uno. ¿Cuántas quedaron?

En un cesto había 7 peras; se dan 3 á Julio y 3 á Juan. ¿Qué queda cada vez?

Pedro tenía 3 bolas; ganó 7. Clemente tenía 9; pierde 3. ¿Quién tiene más y cuánto?

Lección 94.ª

$2 + 4 =$	$3 + 4 =$	$4 + 6 =$	$4 + \quad = 10$	$9 - 4 =$
$5 + 4 =$	$6 + 4 =$	$4 + 3 =$	$4 + \quad = 9$	$10 - 4 =$
$1 + 4 =$	$5 + 4 =$	$4 + 2 =$	$4 + \quad = 8$	$7 - 4 =$

Jorge ha recibido 1 pluma de su hermano; 3 de su tío y 5 de su primo; ha gastado 4. ¿Cuántas plumas le quedan?

Pedro tenía 10 nueces; primeramente se come la mitad, después 4. ¿Qué le queda cada vez?

¿Cuánto se ha de añadir á 4 para tener 9, 10, 6, 8?

Lección 95.ª

$1 + 5 =$	$1 + 5 =$	$5 + 1 =$	$5 + \quad = 9$	$7 - 5 =$
$2 + 5 =$	$4 + 5 =$	$5 + 3 =$	$5 + \quad = 10$	$6 - 5 =$
$3 + 5 =$	$2 + 5 =$	$5 + 2 =$	$5 + \quad = 8$	$9 - 5 =$

Un cazador caza 4 liebres; otro otras tantas. Pierden 5. ¿Cuántas les quedan?

Pedro ha encontrado 5 escarabajos esta mañana; 3 esta noche. ¿Cuánto hacen? ¿Cuántos tenía más por la mañana que por la noche?

Lección 96.ª

$1 + 6 =$	$1 + 6 =$	$6 + 2 =$	$6 + \quad = 9$	$10 - 6 =$
$3 + 6 =$	$4 + 6 =$	$6 + 1 =$	$6 + \quad = 10$	$9 - 6 =$
$2 + 6 =$	$3 + 6 =$	$6 + 4 =$	$6 + \quad = 7$	$8 - 6 =$

Raúl tenía 10 nueces; da el doble de 4. ¿Cuántas le quedan?

Carlos tenía 9 plumas; dió 6 á León. ¿Cuántas le quedan? ¿Cuántas le quedarían si hubiese tenido 10? ¿8?

Hay 3 alumnos en una mesa y 5 en otra. ¿Cuántos en junto? ¿Cuántos menos en una que en otra?

Lección 97.ª

$4 + 5 + 1 =$	$10 - 6 - 1 =$	$2 + 3 - 4 + 6 =$
$2 + 4 + 2 =$	$9 - 2 - 3 =$	$4 + 6 - 3 - 1 =$

Luis tiene 4 bolas; León tiene una más. ¿Cuántas tiene León? ¿Cuántas tienen en junto?

Lección 98.ª

Pablo, Víctor y Marcelo tienen 10 botones; Pablo tiene 3 y Marcelo 5. ¿Cuántos tiene Víctor?

Enrique tiene 10 años, Julio 4 años menos y Pedro 2 años más que Julio. ¿Cuál es la edad de cada uno?

Juan, Alfredo y Simón tienen 10 conejos, 8 gallinas y 7 patos. Dan 6 patos, 3 gallinas y 1 conejo. ¿Cuántos animales de cada especie les quedan?

Mi hermano tenía 3 peras y 4 manzanas; nuestra madre le da 2 manzanas y 6 peras. ¿Cuántas peras y manzanas tiene?

Lección 99.ª el doble

$5 + 5 =$	2 veces 2 $=$	2 veces $= 6$
$4 + 4 =$	2 veces 5 $=$	2 veces $= 8$
$3 + 3 =$	2 veces 4 $=$	2 veces $= 10$

Un jardín contiene 3 árboles; otro el doble. ¿Cuántos árboles hay en junto?

Roberto tenía 10 nueces; se come la mitad. ¿Cuántas le quedan?

Lección 100.ª la mitad

2 veces 5 $=$	2 veces $= 8$	$\frac{6}{2} =$
2 veces 1 $=$	2 veces $= 10$	$\frac{4}{2} =$
2 veces 4 $=$	2 veces $= 6$	$\frac{10}{2} =$

Pablo y Luis se reparten por igual 6 manzanas, 8 peras y 10 cerezas. ¿Cuántas manzanas, peras y cerezas corresponden á cada uno?

Juan tiene 6 bolas y Pedro la mitad. ¿Cuántas bolas son en junto?

Lección 101.ª varias veces 2

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$	4 veces 2 $=$	veces $2 = 6$
$2 + 2 =$	5 veces 2 $=$	veces $2 = 8$
$2 + 2 + 2 =$	3 veces 2 $=$	veces $2 = 10$

¿Cuántos zapatos hay en 5 pares? ¿en 3 pares? ¿en 2 pares?

Lección 102.ª

4 veces 2 $=$	veces $2 = 10$	$\frac{4}{2} =$
1 vez 2 $=$	veces $2 = 8$	$\frac{10}{2} =$
5 veces 2 $=$	veces $2 = 6$	$\frac{2}{2} =$

¿Cuántos pares son 8 bueyes? ¿10 bueyes? ¿6 bueyes?
En 9 palomas, 6 palomas, 10 palomas, ¿cuántos pares hay?

Lección 103.ª el quíntuplo

$2+2+2+2+2$	5 veces 2 =	5 veces = 0
$0+0+0+0+0$	5 veces 1 =	5 veces = 5
$1+1+1+1+1$	5 veces 0 =	5 veces = 10

Julio tiene 5 bolsillos y en cada uno 2 plumas. ¿Cuántas plumas tiene?

Pablo tiene 2 huevos. Cada uno de sus 4 abuelos le dan otros tantos. ¿Cuántos tiene en junto?

Lección 104.ª el quinto

5 veces 0 =	5 veces = 10	$\frac{5}{5} =$
5 veces 2 =	5 veces = 5	$\frac{10}{5} =$
1 veces 1 =	5 veces = 0	$\frac{0}{5} =$

Tengo 10 naranjas para repartir entre 5 niños. ¿Cuántas tocan á cada uno?

Recibo 6 castañas, 3 castañas, 1 castaña. Reparto el todo entre 5 niños. ¿Cuántas tocan á cada uno?

Lección 105.ª varias veces 5

$5+5=$	0 veces 5 =	veces 5 = 10
$5=$	2 veces 5 =	veces 5 = 5
	1 vez 5 =	veces 5 = 0

Tengo 2 cuerdas de 5 metros cada una. ¿Cuántos metros son en junto?

Luis tenía 5 cuadernos, y yo le doy 5. ¿Cuántos tiene?

¿Cuántas orejas tienen 5 niños?

Lección 106.ª

2 veces 5 =	veces 5 = 5	$\frac{10}{5} =$
1 vez 5 =	veces 5 = 0	$\frac{0}{5} =$
0 veces 5 =	veces 5 = 10	$\frac{5}{5} =$

Tengo varios frascos de cabida de 5 litros cada uno. ¿Cuántos necesito para conservar 10 litros de cierto líquido?

De 9, 8, etc., separar 5 tantas veces como sea posible.

Lección 107.ª nociones teóricas: revisión

Nada se dice *cero* y se escribe 0.

Uno es una unidad: *un* gato, *una* bola.

Un número comprende varias unidades: *seis* manzanas.

Para formar un número, se añade una unidad al precedente: *seis* conejos y *un* conejo son *siete* conejos.

Los números de una sola cifra son:

uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	ocho	nueve
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Nueve bolas y *una* bola son *diez* bolas. *Diez* es una decena. La cifra que designa la decena se pone en segundo lugar: 10.

Las principales unidades de medida son: el *metro,* el *litro,* el *gramo,* la *peseta.*

Una *decena* ó *deca* se escribe 10 ó 1^{D}

$1^{Dm} = 10^{m}$ $1^{Dl} = 10^{l}$ $1^{Dgr} = 10^{g}$ $1^{pta} = 10$ décimos.

Yo tenía 16 bolas. Pierdo una decena. ¿Cuántas me quedan?

SEGUNDA SECCIÓN

Lección 1.ª los números de 10 á 20

diez	once	doce	trece	catorce	quince	dieciseis
10	11	12	13	14	15	16

diez y siete	diez y ocho	diez y nueve	veinte
17	18	19	20

Se forman los números entre diez y veinte añadiendo á diez los nueve primeros números.

Se escriben los números de 10 á 20 escribiendo en segundo lugar de derecha á izquierda la cifra de las decenas y en primero el de las unidades.

Nombrar los números siguientes:

:: :::. :.: . ::::. : .:. :::

Escríbanse los números siguientes:

quince, diez y ocho, once, trece, veinte,
diez y nueve, dieciseis

Léanse y escríbanse en letras los números siguientes:
10, 20, 19, 11, 14, 15, 18, 12, 17, 16, 15, 20, 13.

Explíquese cómo están formados los números siguientes:
20, 12, 18, 17, 14, 11, 19, 15, 16, 10.

Cuéntese de 1 á 20, de 20 á 1. Cuéntese por 2 de 2 á 20, de 20 á 2.

Lección 2.ª

$1^D + 2 =$	$4 + 1^D =$	$13 = 1^D + 3$ ó sea	$13 = 10 + 3$
$1^D + 1^D =$	$7 + 1^D =$	$18 =$	$19 =$
$1^D + 9 =$	$8 + 1^D =$	17	$11 =$

Alberto tenía una decena de bolas, se le dan 9 bolas más. ¿Cuántas tiene?

Lección 3.ª las unidades métricas

Deca significa diez ó una decena. Por consecuencia el decámetro (D^m) vale 10 metros; el decálitro (D^l) vale 10 litros; el decágramo (D^{gr}) vale 10 gramos; dos duros ó piezas de cinco pesetas cada una valen 10 pesetas.

$1^{Dm} + 3^m =$	$1^{Dl} + 1^l =$	$1^{Dgr} + 7^{gr} =$	$10^p + 6^p =$
$1^{Dm} + 6^m =$	$1^{Dl} + 7^l =$	$1^{Dgr} + 8^{gr} =$	$10^p + 8^p =$
$2^m + 1^{Dm} =$	$5^l + 1^{Dl} =$	$6^{gr} + 1^{Dgr} =$	$7^p + 10^p =$
$4^m + 1^{Dm} =$	$9^l + 1^{Dl} =$	$2^{gr} + 1^{Dgr} =$	$2^p + 10^p =$

Se echan en una cuba 6^l de agua y un cubo de 1 decálitro. ¿Qué cantidad de agua contiene la cuba?

Lección 4.ª

$14^l = 1^{Dl} + 4^l = 10^l + 4^l$	$10^{gr} + 8^{gr} =$
18^l	$10^{gr} + 6^{gr} =$
11^l	$10^{gr} + 1^{gr} =$

$20^m - 8^m =$	$19^p - 10^p =$
$19^m - 2^m =$	$15^p - 5^p =$
$16^m - 3^m =$	$13^p - 10^p =$

De una tela de 15 metros se ha cortado un trozo de 4 metros. ¿Cuántos metros quedan?

Lección 5.ª

$10 + 1 + 4 =$	$11 + 2 =$	$5 + 11 =$
$10 + 1 + 6 =$	$11 + 4 =$	$7 + 11 =$
$10 + 1 + 9 =$	$11 + 6 =$	$3 + 11 =$
$10 + 9 - 1 =$	$20 - 1 =$	$18 - 11 =$
$10 + 4 - 1 =$	$16 - 1 =$	$17 - 11 =$
$10 + 2 - 1 =$	$12 - 1 =$	$14 - 11 =$

Yo tenía 10 bolas; me encuentro 7 y pierdo 1. ¿Cuántas bolas me quedan?

Lección 6.ª

$10 + 2 + 6 =$	$12 + 7 =$	$6 + 12 =$
$10 + 2 + 1 =$	$12 + 4 =$	$1 + 12 =$
$10 + 2 + 8 =$	$12 + 2 =$	$3 + 12 =$
$10 + 8 - 2 =$	$19 - 2 =$	$16 - 12 =$
$10 + 7 - 2 =$	$13 - 2 =$	$14 - 12 =$
$10 + 5 - 2 =$	$15 - 2 =$	$19 - 12 =$

Yo tenía 10 litros de vino en la bodega; añado 2 litros más y luego 3. ¿Cuántos litros he añadido? ¿Cuántos litros tengo en junto?

Lección 7.ª

$10 + 3 + 1 =$	$13 + 6 =$	$5 + 13 =$
$10 + 3 + 5 =$	$13 + 2 =$	$1 + 13 =$
$10 + 3 + 4 =$	$13 + 3 =$	$7 + 13 =$
$10 + 7 - 3 =$	$16 - 3 =$	$17 - 13 =$
$10 + 6 - 3 =$	$14 - 3 =$	$14 - 13 =$
$10 + 9 - 3 =$	$19 - 3 =$	$18 - 13 =$

Carlos tiene 5 bolas; León tiene 3 menos. ¿Cuántas tiene Carlos? ¿Cuántas tiene León?

Lección 8.ª revisión

$11 + 9 =$	$3 + 13 =$	$2 + 12 + 3 =$
$12 + 2 =$	$5 + 12 =$	$5 + 11 + 1 =$
$13 + 6 =$	$7 + 11 =$	$4 + 13 + 2 =$

$19 - 1 =$	$18 - 13 =$
$16 - 2 =$	$14 - 12 =$
$13 - 3 =$	$16 - 11 -$

Pedro tiene 13 nueces; Luis tiene 3 más. Comen cada uno 11 nueces ¿Cuántas quedan á cada uno?

Lección 9.ª

$10 + 4 + 6 =$	$14 + 2 =$	$1 + 14 =$
$10 + 4 + 1 =$	$14 + 5 =$	$4 + 14 =$
$10 + 4 + 2 =$	$14 + 1 =$	$3 + 14 =$
$10 + 5 - 4 =$	$16 - 4 =$	$18 - 14 =$
$10 + 9 - 4 =$	$14 - 4 =$	$15 - 14 =$
$10 + 8 - 4 =$	$19 - 4 =$	$19 - 14 =$

En un jardín hay 19 árboles frutales, de los cuales 4 son manzanos, 3 cerezos, 1 ciruelo. ¿Cuántos son los árboles no especificados?

Lección 10.ª

$10 + 5 + 3 =$	$15 + 1 =$	$2 + 15 =$
$10 + 5 + 5 =$	$15 + 4 =$	$5 + 15 =$
$10 + 5 + 2 =$	$15 + 3 =$	$4 + 15 =$
$10 + 6 - 5 =$	$17 - 5 =$	$19 - 15 =$
$10 + 9 - 5 =$	$16 - 5 =$	$17 - 15 =$
$10 + 8 - 5 =$	$19 - 5 =$	$15 - 15 =$

En un jardín hay 18 melocotoneros, 19 cerezos y 16 ciruelos. Se derriban 5 cerezos, 10 ciruelos y 15 melocotoneros. ¿Cuántos árboles quedan de cada especie?

Lección 11.ª

$13 + 6 =$	$1 + 15 =$	$1 + 14 + 4 =$
$14 + 2 =$	$4 + 14 =$	$3 + 15 + 1 =$
$15 + 5 =$	$2 + 13 =$	$2 + 13 + 2 =$

$20 - 3 =$	$19 - 15 =$
$17 - 5 =$	$18 - 13 =$
$19 - 4 =$	$16 - 12 =$

Hay 14 árboles en un patio. ¿Cuántos habrá después de haber plantado 3? ¿5? ¿6?

En un jardín hay 2 ciruelos, 13 cerezos, 4 melocotoneros; en otro jardín hay 11 melocotoneros, 3 cerezos, 12 manzanos y 3 ciruelos, y en un tercer jardín hay 14 ciruelos, 6 manzanos y 3 melocotoneros. ¿Cuántos árboles resultan de cada especie?

Lección 12.ª

$10 + 6 + 2 =$	$17 + 1 =$	$2 + 16 =$
$10 + 7 + 3 =$	$16 + 4 =$	$1 + 17 =$
$10 + 6 + 1 =$	$17 + 2 =$	$3 + 16 =$
$10 + 9 - 7 =$	$18 - 6 =$	$19 - 17 =$
$10 + 6 - 6 =$	$19 - 7 =$	$18 - 16 =$
$10 + 8 - 7 =$	$17 - 6 =$	$17 - 17 =$

Pedro, Julio y Luis tienen 20 bolas; Luis tiene 16, Julio 1. ¿Cuántas tiene Pedro?

Lección 13.ª revisión

$10 + 7 + 1 =$	$19 + 0 =$	$1 + 17 + 2 =$
$10 + 8 + 2 =$	$18 + 1 =$	$0 + 19 + 0 =$
$10 + 9 + 1 =$	$17 + 3 =$	$1 + 18 + 1 =$
$10 + 10 - 7 =$	$20 - 9 =$	$19 - 17 =$
$10 + 9 - 8 =$	$18 - 8 =$	$18 - 18 =$
$10 + 9 - 9 =$	$19 - 7 =$	$20 - 19 =$

De una tela de 20 metros se ha cortado primeramente 1 metro, luego 17. ¿Cuántos metros quedan? ¿Cuántos se han cortado?

Lección 14.ª

$11 + 6 =$	$2 + 14 =$	$17 - 3 =$	$20 - 4 =$	$17 - 12 =$
$12 + 8 =$	$5 + 15 =$	$18 - 6 =$	$18 - 3 =$	$16 - 15 =$
$13 + 4 =$	$3 + 16 =$	$19 - 8 =$	$19 - 6 =$	$15 - 13 =$

Dos cubos contienen cada uno 1 decálitro de agua; del primero se toman 6 litros y del segundo 9 litros. ¿Cuánto queda en cada cubo? ¿Cuánto queda en junto? ¿Cuántos litros se han sacado?

Mi hermana, que hace los dobladillos de 8 pañuelos. ¿Cuántos le quedan que hacer si ha hecho 2? ¿6?

Lección 15.ª

$14 + 2 + 3 =$	$20 - 5 - 3 =$	$12 + 6 - 5 =$
$12 + 5 + 1 =$	$19 - 6 - 4 =$	$11 + 8 - 4 =$
$11 + 4 + 3 =$	$18 - 4 - 2 =$	$13 + 7 - 2 =$

Una cuerda tiene 12 metros; se le ata otra de 7 metros; después se corta un trozo de 5 metros. ¿Cuántos metros quedan?

Lección 16.ª

7 + 10 =	18 — 10 =	2 + 14 =	20 — 15 =
2 + 18 =	20 — 10 =	3 + 15 =	18 — 17 =
6 + 13 =	17 — 11 =	5 + 12 =	19 — 12 =

Un trozo de jabón pesa 2 decágramos, otro 15 gramos, se cortan al primero 13 gramos y al segundo 1 decágramo. ¿Cuánto queda de cada trozo?

Lección 17.ª

6 + 12 + 2 =	4 + 13 — 12 =	17 — 4 — 11 =
2 + 15 + 1 =	8 + 12 — 16 =	20 — 3 — 12 =
4 + 13 + 2 =	4 + 16 — 11 =	19 — 2 — 14 =

En nuestros días los hombres son bastante locos para comprar en casa de los licoristas licores que les causan daño. Un licorista tiene 2 litros de licor en una vasija, 12 litros en otra y 6 en una tercera. Vende 6 litros. ¿Cuánto tenía en junto? ¿Cuánto le queda?

Lección 18.ª

16 — 3 — 12 =	6 + 14 — 17 =	20 — 13 + 11 =
18 — 5 — 11 =	3 + 14 — 15 =	17 — 11 + 12 =
20 — 1 — 14 =	6 + 12 — 13 =	19 — 16 + 17 =

Raul tiene 16 nueces, Pedro tiene 13 menos. ¿Cuántas tienen en junto?

Lección 19.ª revisión

Pedro tiene 11 bolas, Luis 14 y Julio 12. Se dan 6 á cada uno. ¿Cuántas tienen cada uno?

Julio, Juan y Jaime tienen cada uno 19 frutas. El primero se come 7, el segundo 4 y el tercero 6. ¿Cuántas le quedan á cada uno?

León tiene 20 metros de hilo, primeramente corta 13 metros y luego ata 12 metros. ¿Cuántos tiene ahora?

Carlos tiene 20 bolas; pierde 6. Emilio tenía 10 bolas y encuentra 7. ¿Quién tiene más ahora y cuántas?

SEGUNDA PARTE

Lección 20.ª

$9 + 1 + 1 =$	$9 + 6 =$	$9 + 3 + 6 =$
$9 + 1 + 8 =$	$9 + 9 =$	$9 + 7 + 1 =$
$9 + 1 + 6 =$	$9 + 5 =$	$9 + 4 + 2 =$

$4 + 9 =$	$9 + \quad + \quad = 18$
$6 + 9 =$	$9 + \quad + \quad = 11$
$8 + 9 =$	$9 + \quad + \quad = 13$

He comido 9 peras. ¿Cuántas tendría en junto si aun me quedasen 7? ¿si me quedasen 4? ¿si me quedasen 8? ¿si me quedasen 3?

De una pieza de tela se cortan 9 metros. ¿Cuál sería su longitud si quedasen aún 2 metros? ¿6 metros? ¿3 metros?

Lección 21.ª

$9 + \quad + \quad = 17$	$9 + \quad = 18$	$12 - 9 =$	$20 - 9 - 9 =$
$9 + \quad + \quad = 14$	$9 + \quad = 11$	$16 - 9 =$	$16 - 9 - 2 =$
$9 + \quad + \quad = 16$	$9 + \quad = 15$	$19 - 9 =$	$18 - 3 - 9 =$

En un peral quedan 9 peras. ¿Cuántas se habrán cogido si antes tenía 16? ¿si tenía 12? ¿si tenía 14?

El cuaderno de Julio tiene ya 9 páginas llenas. ¿Cuántas ha de llenar aún para tener llenas 15? ¿18? ¿13?

León tenía 17 bolas. ¿Cuántas ha perdido si no le quedan más que 9? ¿Cuántas le quedarían si hubiera tenido 18 en lugar de 17?

Lección 22.ª

$8 + 2 + 2 =$	$8 + 9 =$	$6 + 8 =$
$8 + 2 + 4 =$	$8 + 5 =$	$2 + 8 =$
$8 + 2 + 7 =$	$8 + 7 =$	$9 + 8 =$

$8 + 7 + 3 =$	$8 + \quad + \quad = 11$
$8 + 6 + 6 =$	$8 + \quad + \quad = 13$
$8 + 4 + 2 =$	$8 + \quad + \quad = 15$

En una vasija había 8 litros de vino. ¿Cuántos litros habrá después de haber añadido 7? ¿6? ¿4?

Julio tiene 8 avellanas. ¿Cuántas le faltan para tener 12? ¿14? ¿11?

Lección 23.ª

$8 + \quad + \quad = 14$	$8 + \quad = 16$	$15 - 8 =$	$17 - 2 - 8 =$
$8 + \quad + \quad = 13$	$8 + \quad = 11$	$10 - 8 =$	$19 - 5 - 8 =$
$8 + \quad + \quad = 12$	$8 + \quad = 15$	$19 - 8 =$	$18 - 8 - 3 =$

Alberto tenía 15 bolas; da 8 á Fernando y 3 á Carlos. ¿Cuántas bolas le quedan?

Lección 24.ª

$9 + 1 + 4 =$	$8 + \ 5 =$	$4 + 9 =$	$8 + 6 + 2 =$	$9 + \quad = 14$
$8 + 2 + 6 =$	$9 + 10 =$	$6 + 8 =$	$9 + 2 + 8 =$	$8 + \quad = 10$
$9 + 1 + 7 =$	$8 + \ 3 =$	$2 + 9 =$	$8 + 7 + 3 =$	$9 + \quad = 16$

Luis tenía 9 nueces, Pedro 8. Se da á cada uno 4 nueces. ¿Cuántos tiene cada uno? ¿Cuántas tiene uno más que otro?

León tenía 12 litros de vino en una vasija, Simón tenía 13. Cada uno extrae 4. ¿Cuántos litros tiene cada uno? ¿y en junto?

Lección 25.ª

$8 + \quad + \quad = 12$	$9 + \quad = 17$	$12 - 8 =$	$17 - 5 - 9 =$
$9 + \quad + \quad = 14$	$8 + \quad = 11$	$15 - 9 =$	$16 - 4 - 8 =$
$8 + \quad + \quad = 17$	$9 + \quad = 15$	$14 - 8 =$	$19 - 3 - 9 =$

Yo tenía 2 decágramos de azúcar; he consumido 9 gramos y después 8 gramos. ¿Cuánto azúcar me queda?

Luis y Marcelo tenían cada uno 13 huevos, uno consume 8 y otro 9. ¿Cuántos quedan á cada uno?

Lección 26.ª

$7 + 3 + 2 =$	$7 + \ 9 =$	$8 + 7 =$
$7 + 3 + 6 =$	$7 + \ 3 =$	$4 + 7 =$
$7 + 3 + 1 =$	$7 + 12 =$	$11 + 7 =$

$7 + 6 + 5 =$	$7 + \quad + \quad = 14$
$7 + 4 + 6 =$	$7 + \quad + \quad = 14$
$7 + 9 + 3 =$	$7 + \quad + \quad = 16$

¿Cuál es la suma de los números 7 y 9? ¿de los números 6 y 7? ¿de los números 7 y 8?

Julio tiene 7 bolas, Luis tiene 6 más que Julio. ¿Cuántas bolas tienen entre los dos?

Lección 27.ª

7 + + = 12	7 + = 11	14 — 7 =	19 — 2 — 7 =
7 + + = 15	7 + = 17	11 — 7 =	17 — 5 — 7 =
7 + + = 16	7 + = 13	10 — 7 =	18 — 3 — 7 =

Luis tiene 11 años; Pablo 7. ¿Cuál es la diferencia de sus edades?

Tengo 12 bolas, mi hermano 7. ¿Cuántas tengo más que él? ¿Cuántas tiene menos que yo?

Lección 28.ª

9 + 1 + 4 =	7 + 8 =	8 + 9 + 3 =	9 + + = 11
8 + 2 + 7 =	8 + 6 =	9 + 6 + 4 =	8 + + = 12
7 + 3 + 2 =	9 + 3 =	7 + 5 + 6 =	7 + + = 13

Un cesto tenía 7 peras. ¿Cuántas tiene ahora habiendo añadido 6? ¿4? ¿7?

Julio tiene 7 nueces, Pedro 9 y Luis 8. ¿Cuántas tienen en junto?

Juan tiene 9 bolas; César tiene una menos que Juan; León una menos que César. ¿Cuántas tiene cada uno? ¿Cuántas tienen en junto César y León?

Lección 29.ª

7 + + = 16	8 + = 13	12 — 9 =	20 — 2 — 7 =
8 + + = 13	9 + = 15	16 — 8 =	18 — 8 — 3 =
9 + + = 11	7 + = 14	14 — 7 =	19 — 3 — 6 =

Roberto tenía 19 metros de tela; primero corta 8 metros y luego 7. Después le dan 9 metros. ¿Cuántos tiene ahora?

Silvio tiene 9 nueces y Julio 7. Silvio da 8 á Julio. ¿Cuántas tiene ahora cada uno?

Lección 30.ª

6 + 4 + 1 =	6 + 6 =	5 + 6 =
6 + 4 + 5 =	6 + 8 =	9 + 6 =
6 + 4 + 2 =	6 + 7 =	4 + 6 =

6 + 5 + 9 =	6 + + = 14
6 + 7 + 2 =	6 + + = 12
6 + 8 + 4 =	6 + + = 11

Luis cogió 6 naranjas y 5 limones, y al día siguiente cogió aún 9 limones y 8 naranjas. ¿Cuántas naranjas tiene? ¿Cuántos limones?

Una mamá distribuye entre sus hijos 6 manzanas, 7 peras, 9 ciruelas; al día siguiente 8 peras y 7 ciruelas, y al otro día 11 ciruelas. ¿Cuántas frutas de cada especie ha distribuído?

Lección 31.ª

6 + + = 13	6 + = 11	10 — 6 =	20 — 4 — 6 =
6 + + = 15	6 + = 12	19 — 6 =	19 — 6 — 2 =
6 + + = 11	6 + = 14	13 — 6 =	17 — 3 — 6 =

Un labrador poseía 19 bueyes y 12 vacas; se desposeyó de 6 vacas y de 16 bueyes. ¿Cuántos bueyes le quedan? ¿Cuántas vacas?

León tenía 19 bolas; perdió 6 por dos veces. ¿Cuántos le quedaron á cada vez?

Se toman 6 ladrillos de un montón. ¿Cuántos quedan si había 13? ¿12? ¿15?

Lección 32.ª

6 + 4 + 3 =	9 + 7 =	8 + 4 + 5 =
7 + 3 + 5 =	6 + 5 =	9 + 2 + 3 =
8 + 2 + 7 =	7 + 10 =	6 + 9 + 2 =

4 + 7 =	6 + + = 12
9 + 8 =	7 + + = 15
3 + 9 =	8 + + = 14

Julio tiene 6 bolas. ¿Cuántas le faltan para tener 13? ¿12? ¿14?

Luis tiene 7 nueces, Juan tiene 6 más. ¿Cuántas tienen en junto?

Lección 33.ª

7 + + = 12	6 + = 11	12 — 9 =	19 — 6 — 4 =
8 + + = 14	7 + = 14	14 — 10 =	18 — 5 — 6 =
9 + + = 16	8 + = 17	16 — 6 =	17 — 6 — 2 =

Pedro tenía 15 bolas y 12 peonzas; perdió 8 peonzas y 6 bolas. ¿Cuántas bolas le quedan? ¿Cuántas peonzas?

Yo tenía 19 bolas; perdí 6 y luego 9. ¿Cuántas me quedaban cada vez?

Lección 34.ª

5 + 5 + 1 =	5 + 8 =	7 + 5 =
5 + 5 + 4 =	5 + 6 =	9 + 5 =
5 + 5 + 3 =	5 + 10 =	6 + 5 =

5 + 10 + 2 =	5 + + = 11
5 + 9 + 3 =	5 + + = 13
5 + 8 + 6 =	5 + + = 15

Pablo tiene 5 libros, Julio 3 más. ¿Cuántos tiene Julio? ¿Cuántos tienen los dos en junto?

Yo tenía 5 cuadernos. ¿Cuántos he de proporcionarme para tener 13? ¿14? ¿18?

Lección 35.ª

5 + + = 11	5 + = 13	12 — 5 =	19 — 5 — 4 =
5 + + = 14	5 + = 10	18 — 5 =	18 — 5 — 11 =
5 + + = 12	5 + = 19	16 — 5 =	17 — 5 — 5 =

Luis tiene 14 bolas; Alfredo, que tenía 7, ha perdido 2. ¿Cuántas tiene éste menos que Luis?

Un árbol tiene 13 metros de altura, otro tiene 5 metros menos. ¿Cuál es la altura de éste? ¿Cuál sería si tuviera aún 2 metros menos?

Contar por 5 de 1 á 20; de 20 á 5.

¿Cuántos huevos quedarán en un cesto que contiene 20 si se les quitan 5 cada vez?

Lección 36.ª

5 + 5 + 3 =	8 + 6 =	12 + 7 =
6 + 4 + 2 =	5 + 7 =	10 + 8 =
7 + 3 + 4 =	6 + 13 =	14 + 5 =

5 + 9 + 2 =	8 + + = 14
6 + 11 + 3 =	9 + + = 16
7 + 12 + 1 =	5 + + = 11

Una percha tiene 6 metros de longitud; otra 5 metros más. ¿Cuál es su longitud en junto?

Juan comió 5 nueces el lunes, 3 el martes, 11 el miércoles y 2 el jueves. ¿Cuántas nueces ha comido?

Lección 37.ª

6 + + = 11	9 + = 16	11 — 5 =	20 — 5 — 8 =
8 + + = 17	7 + = 13	13 — 7 =	18 — 6 — 6 =
5 + + = 12	6 + = 15	12 — 9 =	19 — 8 — 5 =
7 + + = 15	5 + = 11	14 — 6 =	17 — 5 — 9 =
9 + + = 14	8 + = 12	17 — 8 =	16 — 5 — 5 =

Alberto tiene 5 nueces y Aquiles 7. ¿Cuántas le faltan á cada uno para tener 14? ¿Cuántas necesita el uno más que el otro?

Una cuba contenía 2 decálitros de agua; se han sacado de ella 3 jarros de 5 litros cada uno. ¿Cuántos litros quedaban en la cuba cada vez?

Lección 38.ª

3 + 7 + 2 =	5 + 7 =	3 + 8 + 6 =	2 + = 11
2 + 8 + 1 =	4 + 8 =	2 + 9 + 5 =	3 + = 12
4 + 6 + 3 =	3 + 8 =	5 + 6 + 6 =	4 + = 10
5 + 5 + 2 =	2 + 10 =	4 + 7 + 8 =	5 + = 14
1 + 9 + 8 =	1 + 16 =	1 + 8 + 5 =	1 + = 17

Alfredo tiene 2 años. ¿Qué edad tendrá dentro de 12 años? ¿de 6 años? ¿de 9 años?

Pablo tiene 4 años, Luis 7 años más que Pablo y Julio 1 año más que Luis. ¿Cuáles son sus edades respectivas?

Lección 39.ª

3 + + = 12	1 + = 18	11 — 3 =
2 + + = 11	3 + = 11	12 — 4 =
4 + + = 13	2 + = 12	15 — 1 =
5 + + = 11	5 + = 13	18 — 2 =
1 + + = 16	4 + = 12	19 — 5 =

Julio tiene 11 años, León 3 años menos. ¿Cuál es la suma de sus edades?

Pedro tiene 12 años. ¿Cuál era su edad hace 4 años? ¿3 años? ¿5 años?

Luis tiene 16 bolas, Julio 12. ¿Cuántas tiene Luis más que Julio? ¿Cuántas ha de dar Luis á Julio para que tengan tantas el uno como el otro?

Lección 40.ª

4 + 6 + 3 =	5 + 7 =	2 + 9 + 4 =	8 + = 14
2 + 8 + 1 =	3 + 9 =	4 + 7 + 8 =	6 + = 15
9 + 1 + 5 =	8 + 4 =	6 + 5 + 9 =	4 + = 11
7 + 3 + 2 =	6 + 8 =	3 + 8 + 5 =	2 + = 11
3 + 7 + 1 =	4 + 7 =	7 + 6 + 4 =	5 + = 13

Luis tiene 4 años. Hace 2 años Pedro tenía 9. ¿Cuál es la suma de sus edades?

Emilio tendrá 11 años dentro de 3 años, Pablo dentro de 4 y Julio dentro de 6. ¿Cuál es la suma de sus edades?

Lección 41.ª

2 + + = 11	3 + = 11	12 — 9 =	20 — 2 — 9 =
4 + + = 12	5 + = 12	14 — 7 =	18 — 4 — 7 =
6 + + = 14	9 + = 17	16 — 8 =	16 — 6 — 5 =
8 + + = 11	6 + = 13	18 — 9 =	19 — 8 — 3 =
3 + + = 12	4 + = 11	11 — 2 =	13 — 2 — 4 =

Dentro de 2 años Rolando tendrá 11 años; hace 3 que Silvio cumplió 12. ¿Cuál es la diferencia de sus edades?

Emilio tiene 12 años y Alfredo 5. Si aquél tuviera 2 años menos ¿cuál sería la diferencia de sus edades?

Lección 42.ª

9 + 7 =	2 + 9 + 3 =	11 — 2 =	15 — 8 — 2 =
3 + 8 =	5 + 7 + 6 =	13 — 6 =	14 — 6 — 1 =
7 + 6 =	6 + 5 + 4 =	15 — 7 =	11 — 4 — 2 =
5 + 7 =	4 + 7 + 3 =	17 — 8 =	12 — 3 — 4 =
8 + 9 =	8 + 6 + 2 =	12 — 5 =	16 — 7 — 1 =
4 + 9 =	9 + 3 + 5 =	14 — 9 =	11 — 6 — 2 =

Tengo 5 bolas. ¿Cuántas me faltan para tener 12? ¿14? ¿2 decenas?

Luis tiene 8 años. ¿Cuántos años le faltan para tener 21 años? ¿11 años? ¿15 años?

Lección 43.ª

9 + 3 — 8 =	17 — 8 + 6 =	4 + 8 — 3 =	16 — 7 + 8 =
7 + 8 — 6 =	15 — 7 + 4 =	2 + 9 — 5 =	14 — 8 + 6 =
5 + 9 — 7 =	13 — 4 + 7 =	3 + 9 — 4 =	16 — 9 + 8 =
3 + 8 — 4 =	11 — 5 + 8 =	6 + 8 — 7 =	11 — 2 + 4 =
8 + 7 — 8 =	12 — 6 + 5 =	4 + 9 — 6 =	15 — 8 + 9 =
6 + 8 — 9 =	14 — 9 + 8 =	7 + 8 — 9 =	12 — 3 + 2 =

¿Cuántos litros de agua han de añadirse á 9 litros para completar 2 decálitros. Si después se extraen 2 litros, ¿cuántos litros quedan?

Julio tiene 15 bolas. ¿Cuántas ha de dar para que le queden 11? ¿9? ¿12?

Lección 44.ª

9+4+7=	19—4—8=	5+12—9=	20—12+15=
2+9+4=	17—6—6=	2+13—6=	15—14+19=
7+8+4=	15—3—4=	3+11—8=	16—13+17=
4+7+9=	13—2—2=	1+14—7=	19—18+19=
5+8+6=	16—4—9=	2+15—8=	17—11+12=

Nestor tenía 3 bolas; le dan 15. Da él 9 bolas á Onésimo y 7 á Luis. ¿Cuántas tenía? ¿Cuántas ha dado? ¿Cuántas le quedan?

De un trozo de jabón que pesaba 2 decágramos, se cortan 3 trozos de 7, 9 y 2 gramos. ¿Cuánto queda?

Lección 45.ª

4 + 3 + 2 + 6 =	20 — 2 — 9 — 3 =	2 + 5 + 12 — 14 =
2 + 6 + 3 + 2 =	18 — 5 — 8 — 1 =	11 + 3 + 4 — 13 =
12 + 4 + 1 + 3 =	19 — 2 — 3 — 12 =	6 + 7 — 8 + 7 =
11 + 5 + 2 + 2 =	20 — 1 — 2 — 13 =	9 + 8 — 6 + 9 =
4 + 11 + 3 + 1 =	17 — 2 — 11 — 1 =	19 + 13 + 5 — 4 =

De un saco que contiene 2 decágramos de harina, se toman 5 gramos, después 8 gramos; se le echa luego 1 decágramo; se extraen 4 gramos y por último 3 gramos. ¿Cuánto queda?

3 cubos contienen cada uno 6 litros de agua; se extraen 4 litros, después 9 y finalmente 2. ¿Cuánto quedaba después de cada extracción?

Lección 46.ª la adición

11 + 7 =	11 + 3 + 5 =	2 + 9 + 14 + 1 =
13 + 2 =	12 + 4 + 4 =	7 + 9 + 2 + 2 =
6 + 13 =	2 + 13 + 2 =	3 + 4 + 6 + 4 =
5 + 11 =	3 + 14 + 3 =	9 + 3 + 4 + 2 =
3 + 9 =	4 + 9 + 5 =	5 + 6 + 2 + 7 =

De una pieza de tela se han cortado 2 metros, 7 metros, 5 metros y 3 metros. ¿Cuál era su longitud en decámetros y metros?

Luis tiene 5 ciruelas, 7 melocotones y 3 peras; Juan tiene 12 peras, 6 melocotones, 5 fresas y 5 ciruelas; Pedro tiene 6 ciruelas, 14 fresas, 3 melocotones y 5 peras. ¿Cuántas frutas tienen de cada especie?

Un cesto contenía 3 peras. ¿Cuántas contiene ahora habiéndole añadido 3? ¿2? ¿5?

Lección 47.ª la substracción

19 — 2 =	19 — 2 — 5 =	17 — 2 — 4 — 5 =
18 — 5 =	20 — 3 — 6 =	20 — 3 — 3 — 3 =
16 — 7 =	17 — 5 — 8 =	18 — 4 — 5 — 9 =
12 — 4 =	19 — 3 — 9 =	19 — 5 — 5 — 5 =
17 — 11 =	18 — 2 — 11 =	17 — 3 — 6 — 5 =

De un barril que contenía 2 decálitros de cerveza, se han extraído sucesivamente 4 litros, 5 litros y 6 litros. ¿Cuánto quedaba después de cada extracción?

De un alambre de 20 metros se han cortado 3 metros. ¿Cuánto habría de cortarse aún para que sólo quedasen 8 metros?

En un jardín había 18 manzanos y 20 perales; se han arrancado sucesivamente 2 manzanos, 4 perales, 3 perales, 5 manzanos y 7 perales. ¿Cuántos manzanos quedan? ¿Cuántos perales?

León tiene 18 años, Julio tendrá 13 años dentro de 4 años. ¿Cuántos años tiene Julio? ¿Cuál es la diferencia de sus edades?

Lección 48.ª adiciones y substracciones

12 + 6 — 3 =	19 — 6 + 4 =	17 — 5 + 4 — 9 =
11 + 8 — 4 =	20 — 8 + 6 =	19 — 12 + 6 — 5 =
3 + 11 — 6 =	20 — 14 + 12 =	20 — 14 — 3 + 8 =
2 + 14 — 7 =	19 — 17 + 9 =	19 — 12 — 5 + 17 =
5 + 13 — 12 =	16 — 7 + 8 =	6 + 9 — 3 — 4 =

Tres vasijas contienen respectivamente 6, 9 y 4 litros; se vierten en un barril y se sacan luego 4 litros, después 3, 7 y 5 litros. ¿Cuántos litros quedan?

Alberto tiene 15 años, mi hermano 7 menos. ¿Cuál es la suma de sus edades?

Lección 49.ª la multiplicación por 2

6 + 6 =	2 veces 9 =	2 veces = 14
9 + 9 =	2 veces 4 =	2 veces = 8
10 + 10 =	2 veces 8 =	2 veces = 16

La multiplicación es una adición abreviada: consiste en repetir una cantidad varias veces.

He dado 6 bolas á cada uno de mis dos hermanos. ¿Cuántas bolas he dado?

Dos cuerdas tienen cada una 9 metros; ¿cuál es su longitud total?

Hay 7 metros de distancia de un punto á otro; ¿cuál es el trayecto de ida y vuelta?

Tengo 8 nueces y mi hermano el doble; ¿cuántas tiene?

Lección 50.ª adición, substracción y multiplicación

$7+7+3=$	2 veces $9+1=$	2 veces $\quad + \quad =17$
$5+5+6=$	2 veces $4+5=$	2 veces $\quad + \quad =14$
$8+8+1=$	2 veces $8+4=$	2 veces $\quad + \quad =13$

Un lechero tiene 2 vasijas que contienen cada una 7 litros de leche, y una tercera de 5 litros. ¿Cuántos litros de leche tiene?

En un parque hay 2 hileras de árboles de 9 cada una. El frío ha matado 5 árboles. ¿Cuántos quedan?

Un comerciante tiene una tela de dos decámetros; corta 2 trozos de 8 metros cada uno. ¿Cuánto ha cortado? ¿Cuánto le queda?

Lección 51.ª la división por 2 (repartición)

2 veces $\quad =14$	$\frac{8}{2}=$	2 veces $\quad + \quad =15$	$\frac{9}{2}=$
2 veces $\quad =12$	$\frac{14}{2}=$	2 veces $\quad + \quad =12$	$\frac{16}{2}=$
2 veces $\quad =16$	$\frac{10}{2}=$	2 veces $\quad + \quad =11$	$\frac{15}{2}=$

La división consiste en repartir una cantidad en varias partes iguales.

Esta división $\frac{14}{2}$ se expresa así: 14 para repartir entre 2, tocan á cada uno....

Dos niños se reparten 12 bolas. ¿A cuántas tocan?

Dos hermanos se reparten 15 nueces. ¿Cuántas corresponden á cada uno? ¿Cuántas quedan si no puede repartirse la totalidad?

Dos hombres han de repartirse 19 botellas. ¿Cuántas pueden repartirse? ¿Cuántas quedan? ¿Cuántas tocan á cada uno?

Lección 52.ª adición, substracción, multiplicación y división

He cogido 9 nueces, 4 y 6. ¿Cuántas he cogido en junto? Las reparto entre 2 niños. ¿A cuántas tocan cada uno?

Un barril contenía 20 litros de agua. Se han sacado 8 litros y se reparte el resto por igual entre 2 vasijas. ¿Cuántos litros contendrá cada una?

Pedro tiene 9 bolas; le dan 8 más, pero pierde 6. Reparte el resto entre sus dos hermanos en partes iguales. ¿Cuántas bolas tocan á cada uno?

Un labrador tiene 7 pares de bueyes, 3 caballos y 2 asnos. Da 5 bueyes y reparte el resto entre sus 2 hijos de manera que cada uno tenga el mismo número de animales. ¿Cuántos tendrá cada uno?

Lección 53.ª la multiplicación por 2

$2 + 2 + 2 =$	9 veces 2 =	veces 2 = 16
$2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$	6 veces 2 =	veces 2 = 18
$2 + 2 + 2 + 2 =$	8 veces 2 =	veces 2 = 14

¿Cuántos zapatos entran en 7 pares? ¿9 pares? ¿8 pares?

6 vasijas tienen una capacidad de 2 litros cada una. ¿Cuántos litros contienen en junto?

10 niños tienen cada uno 2 bolas. ¿Cuántas tienen en junto?

¿Cuáles son las cifras que terminan los números pares?

Lección 54.ª inversión de la equivalencia de los productos

2 veces 7 =	7 veces 2 =	2 veces = 12	veces 2 = 14
2 veces 9 =	9 veces 2 =	2 veces = 8	veces 2 = 18
2 veces 3 =	3 veces 2 =	2 veces = 6	veces 2 = 16

Luis tiene 2 sacos que contiene cada uno 7 bolas, y su hermano 7 sacos cada uno con 2 bolas. ¿Quién tiene más?

Pedro ha cogido 2 nueces cada día durante una semana; Julio ha cogido 8 nueces un día y otras tantas el día siguiente. ¿Quién tiene más?

Una obrera ha tejido 2 metros de tela diarios durante una semana; luego reparte la pieza en 2 partes iguales. ¿Cuántos metros tiene cada parte?

Lección 55.ª adición, sustracción, multiplicación

9 veces 2 =	8 veces 2 + 3 =	veces 2 + = 15
7 veces 2 =	7 veces 2 + 5 =	veces 2 + = 12
4 veces 2 =	6 veces 2 + 1 =	veces 2 + = 17

Un lechero tiene 8 latas cada una con 2 litros de leche, y una 3 litros. ¿Cuántos litros tiene?

Un comerciante tiene 4 cortes de tela, cada uno de 2 metros y 5 cortes iguales á los primeros. ¿Cuántos metros de tela tiene?

Yo tenía una pieza de paño de 2 decámetros. Corto 9 trozos de 2 metros cada uno. ¿Cuántos metros de tela me quedan?

Lección 56.ª división por 2 (sustracción abreviada)

7 veces 2 =	8 veces 2 + 1 =	veces 2 + = 14	$\frac{13}{2}$ =
5 veces 2 =	6 veces 2 =	veces 2 + = 19	$\frac{16}{2}$ =
9 veces 2 =	4 veces 2 + 1 =	veces 2 + = 16	$\frac{19}{2}$ =

La división consiste en averiguar cuántas veces puede retirarse una cantidad de otra, ó cuántas veces ésta contiene á la primera.

Esta división $\frac{14}{2}$ se expresa así: ¿cuántas veces 2 hay en 14?

¿Cuántas parejas hay en 8 palomas? ¿16 palomas? ¿14 palomas?

¿Cuáles son las cifras que terminan los números impares?

Yo tenía 17 nueces; doy 2 nueces á cada uno de mis discípulos. ¿Cuántos discípulos las recibirán?

Si necesitan 2 metros de tela para hacer una americana, ¿cuántas americanas se harán con 18 metros? ¿15 metros? ¿12 metros?

Lección 57.ª adición, substracción, multiplicación, división

Un labrador tiene 6 bueyes, 8 bueyes y 4 bueyes. ¿Cuántos pares de bueyes tiene?

Un aficionado tiene 20 palomas; mata 6. ¿Cuántas parejas le quedan?

Yo tenía 16 bolas; pierdo 3; encuentro 2 y luego 5. Las reparto entre niños á 2 bolas cada uno. ¿Cuántos niños las han recibido?

Luis tiene 7 nueces; se come 3; después coge 2 nueces 5 veces seguidas. ¿Cuánto le durarán comiendo 2 nueces diarias?

TABLAS DE ADICIÓN

$1 + 0 = 1$	$2 + 0 = 2$	continúense las series
$1 + 1 = 2$	$2 + 1 = 3$	$3 + 0 = 3$ etc.
$1 + 2 = 3$	$2 + 2 = 4$	$4 + 0 = 4$ etc.
$1 + 3 = 4$	$2 + 3 = 5$	. . . .
$1 + 4 = 5$	$2 + 4 = 6$	$9 + 0 = 9$ etc.
$1 + 5 = 6$	$2 + 5 = 7$	é (invirtiendo el orden de
$1 + 6 = 7$	$2 + 6 = 8$	los términos)
$1 + 7 = 8$	$2 + 7 = 9$	$0 + 1 = 1$
$1 + 8 = 9$	$2 + 8 = 10$	$1 + 1 = 2$
$1 + 9 = 10$	$2 + 9 = 11$	$2 + 1 = 3$ etc., etc.

$10 + 0 = 10$	$20 + 0 = 20$	continúense las series
$10 + 1 = 11$	$20 + 1 = 21$	$30 + 0 = 30$ etc.
$10 + 2 = 12$	$20 + 2 = 22$	$40 + 0 = 40$ etc.
$10 + 3 = 13$	$20 + 3 = 23$	. . . .
. . . .	. . . .	$90 + 0 = 90$ etc.
$10 + 10 = 20$	$20 + 10 = 30$	$100 + 0 = 100$ etc.
		etc., etc.
		é (invirtiendo el orden de
		los términos)
		$0 + 10 = 10$
		$1 + 10 = 11$
		$2 + 10 = 12$ etc., etc.

$10 + 10 = 20$	$100 + 100 = 200$
$10 + 20 = 30$	$100 + 200 = 300$
$10 + 30 = 40$	etc., etc., etc.
. . . .	é (invirtiendo el orden de
$10 + 90 = 100$	los términos)
	$20 + 10 = 30$
	$30 + 10 = 40$ etc., etc.

etc., etc., etc.

TABLAS DE SUSTRACCIÓN

0 — 0 = 0	1 — 1 = 0	continúense las series
1 — 0 = 1	2 — 1 = 1	2 — 2 = 0
2 — 0 = 2	3 — 1 = 2	3 — 2 = 1 etc.
3 — 0 = 3	4 — 1 = 3	. . . .
4 — 0 = 4	5 — 1 = 4	3 — 3 = 0 etc.
5 — 0 = 5	6 — 1 = 5	. . . .
6 — 0 = 6	7 — 1 = 6	10 — 10 = 0
7 — 0 = 7	8 — 1 = 7	
8 — 0 = 8	9 — 1 = 8	
9 — 0 = 9	10 — 1 = 9	

20 — 10 = 10	continúense las series
21 — 10 = 11	30 — 10 = 20 etc.
22 — 10 = 12	40 — 10 = 30 etc.
23 — 10 = 13	. . . .
24 — 10 = 14	100 — 10 = 90 etc.
. . . . . .	
. . . . . .	
30 — 10 = 20	

100 — 10 = 90	100 — 100 = 0
90 — 10 = 80	200 — 100 = 100
80 — 10 = 70	etc., etc.
. . . . . .	
10 — 10 = 0	

etc., etc., etc.

TABLAS DE MULTIPLICACIÓN

$1 \times 0 = 0$	$2 \times 0 = 0$	continúense las series
$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 0 = 0$ etc.
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$4 \times 0 = 0$ etc.
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	. . . .
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$9 \times 0 = 0$ etc.
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	é (invirtiendo el orden de los factores)
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	
$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$0 \times 1 = 0$
$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$1 \times 1 = 1$
$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$2 \times 1 = 2$ etc., etc.
	$2 \times 10 = 20$	

$10 \times 0 = 0$	$20 \times 0 = 0$	continúense las series
$10 \times 1 = 10$	$20 \times 1 = 20$	$30 \times 0 = 0$ etc.
$10 \times 2 = 20$	$20 \times 2 = 40$	$40 \times 0 = 0$ etc.
. . . . . .	. . . .	. . . .
$10 \times 10 = 100$	$20 \times 10 = 200$	$90 \times 0 = 0$ etc.
		$100 \times 0 = 0$ etc.
		etc., etc., etc.
		é (invirtiendo el orden de los factores)
		$0 \times 10 = 0$
		$1 \times 10 = 10$
		$2 \times 10 = 20$ etc., etc.

$10 \times 10 = 100$	$100 \times 100 = 10000$
$10 \times 20 = 200$	$100 \times 200 = 20000$
$10 \times 30 = 300$	etc., etc.
. . . .	é (invirtiendo el orden de los factores)
$10 \times 90 = 900$	
$10 \times 100 = 1000$	$20 \times 10 = 200$
	$30 \times 10 = 300$ etc., etc.

etc., etc., etc.

TABLAS DE DIVISIÓN

1 : 1 = 1	2 : 2 = 1	continúense las series
2 : 1 = 2	3 : 2 = 1 **resta** 1	3 : 3 = 1
3 : 1 = 3	4 : 2 = 2	4 : 4 = 1
4 : 1 = 4	5 : 2 = 2 **resta** 1	. . . . .
5 : 1 = 5	6 : 2 = 3	9 : 9 = 1 etc.
6 : 1 = 6	7 : 2 = 3 **resta** 1	
7 : 1 = 7	8 : 2 = 4	
8 : 1 = 8	9 : 2 = 4 **resta** 1	
9 : 1 = 9	10 : 2 = 5	

10 : 10 = 1	20 : 20 = 1 etc.	continúense las series
20 : 10 = 2	30 : 30 = 1 etc.	100 : 10 — 10
30 : 10 = 3	. . . .	200 : 10 — 20
. . . . . .	etc.	. . . . . .
90 : 10 = 9		etc.
100 : 10 = 10		200 : 20 = 10
		300 : 20 = 15
		etc.

etc.

Para los principiantes conviene extender mucho las tablas de división por 2, por 3, por 4, etc.

EJEMPLOS:

Después de 10 : 2 = 5 continuar:	Después de 10 : 3 = 3 resta 1 continuar:
11 : 2 = 5 resta 1	11 : 3 = 3 restan 2
12 : 2 = 6	12 : 3 = 4
13 : 2 = 6 resta 1	13 : 3 = 4 resta 1
etc.	14 : 3 = 4 restan 2
	etc.

Se hará comprender á los alumnos que las tablas que preceden, continuadas largamente, harían el objeto de un gran volumen y que, en la práctica, basta con las dos tablas siguientes:

Una tabla de adición,

Una tabla de multiplicación.

Se les mostrará que la tabla de adición puede ser utilizada para hacer las sustracciones, y que la tabla de multiplicación puede ser utilizada para las divisiones.

Se les enseñará á construir por sí mismos esas tablas explicándoles que la *tabla de adición y de sustracción* se construye del modo siguiente:

—La primera línea comprende una continuidad de cifras desde 0 hasta donde se quiera.

—La segunda línea comprende cada uno de los números de la primera línea aumentado de una unidad.

—La tercera línea comprende cada uno de los números de la segunda línea aumentado de una unidad.

—Y así sucesivamente hasta que se haya obtenido un número de líneas igual al último número de la primera línea.

TABLA
de adición y de sustracción

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Para tener la *suma* de dos números, tómese uno, por ejemplo, en la primera línea horizontal y desciéndase la columna vertical correspondiente hasta que se llegue á un número situado sobre una columna horizontal á cuya cabeza se halla el otro número que se ha de adicionar. El número situado en la intersección de las dos columnas representa la suma buscada.

Para tener la *diferencia* de dos números, tómese el mayor, por ejemplo, en una columna vertical á cuya cabeza se encuentra el número que se haya de sustraer. La diferencia se hallará al principio de la columna horizontal correspondiente al número menor.

La *tabla de multiplicación y de división* se construye del modo siguiente:

—La primera línea comprende una continuidad de números desde 1 hasta donde se quiera.

—La segunda línea comprende cada uno de los números de la primera línea aumentada de sí misma.

—La tercera línea comprende cada uno de los números de la segunda línea aumentada con el número correspondiente de la primera línea.

—La cuarta línea comprende cada uno de los números de la tercera línea aumentado con el número correspondiente de la primera línea.

—Y así sucesivamente hasta obtener un número de líneas igual al último número de la primera línea.

TABLA
de multiplicación y de división *

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156
13	26	39	52	65	78	91	104	117	120	143	156	169

Para tener el *producto* de dos números, tómese el uno, por ejemplo, en la primera línea horizontal y desciéndase la columna hasta llegar á un número situado sobre una columna horizontal á cuya cabeza se halla el otro número. El número situado en la intersección de las dos columnas representará el *producto* buscado.

Para tener el *cociente* de dos números, tómese el multiplicando, por ejemplo, en una columna vertical, á cuya cabeza se encuentre el multiplicador. El *cociente* se encontrará al principio de la columna horizontal correspondiente al multiplicador.

Observación: Sobre la tabla de Pitágoras sólo se encuentran los cocientes de las divisiones que no dejan resta.

---

* Se llama también tabla de Pitágoras, por atribuirse su invención al griego Pitágoras, que vivía unos seiscientos años antes en nuestra era.

PROBLEMAS

NUMERAR Y SUMAR

1

Si un número entero consta de cuarenta y nueve cifras, la primera de la izquierda ¿de qué orden es?

2

La primera cifra de la izquierda de un entero es del orden cien mil septillonésimas, ¿de cuántas cifras constará dicho número?

3

¿Cuántos son los árboles que hay en tres paseos, si en uno se cuentan 150, en otro 284 y en el último 68?

4

Las bibliotecas de cuatro particulares contienen: la 1.ª 6.500 volúmenes; la 2.ª 791; la 3.ª 12.678, y la 4.ª 9.700. ¿Cuántos volúmenes hay en conjunto?

5

Un niño ha nacido en 1901. ¿En qué año cumplirá 42 años de edad?

6

Un ferrocarril pasa por cuatro ciudades: de la estación de la primera á la de la segunda hay 86 kilómetros; de la de la segunda á la tercera, 117 ídem, y de la de esta última á la cuarta, 290. Dígase la distancia existente entre la primera y la cuarta.

7

7 niñas y 9 niños han leído 3 minutos cada uno. ¿Cuánto tiempo han necesitado?

8

¿Cuántos niños y niñas hay en las tres salas de clase de una escuela mixta, asistiendo á una de ellas 75, á la otra 89 y á la última 76?

9

Cuando yo nací, mi padre contaba 25 años y mi abuelo 49. Transcurridos 24 años, tomé compañera, y 2 años más tarde nacióme una niña, y el día mismo que cumplió 5 años murió mi abuelo. Desde este acontecimiento han pasado 6 años. Dígase la edad del abuelo al morir, la que tiene mi padre, la mía y la de mi hija.

10

Cuatro personas, con el propósito de facilitar su existencia haciendo trabajar á obreros, forman sociedad, aportando la 1.ª 12.700 pesetas, la 2.ª 18.340, la 3.ª 10.900 y la 4.ª tanto como los tres juntos más 1.500 pesetas. ¿A cuánto asciende el capital social?

11

Una locomotora arrastra cuatro vagones: uno pesa 3.500 kilog. y carga 5.800; otro pesa 4.700 kilog. y admite una carga de 4.000; el tercero pesa 4.340 y su carga es de 6.560, y el cuarto pesa 3.900 y carga 4.250. La locomotora pesa 28.900 kilog. ¿Cuál es el peso movido por la fuerza del vapor de agua?

12

Ayer tenía 8 plumas, hoy me han dado el doble de las que tenía. ¿Cuántas tengo?

13

En una mesa hay 15 libros. Si se ponen 8 más y después otros tantos de los que hay ya. ¿Cuántos libros habrá?

14

Cuatro caños manan en cuatro estanques: uno da 1.675 litros de agua al día; otro 2.500; el tercero 7.950, y el cuarto, 12.800. ¿Cuántos litros han vertido todos juntos?

15

A un depósito de agua que contiene 1.292 litros, le han añadido 2.500 en una ocasión y 798 en otra. ¿Cuántos litros tiene ahora el depósito?

16

Un operario ha elaborado en una semana 5 piezas de tela cuyas longitudes respectivas son: 45, 39, 54, 48 y 63 metros. ¿Cuántos metros son en conjunto?

17

Palmiro ha contestado satisfactoriamente á las preguntas del profesor 25 veces durante un mes; Liberto, 35 veces y Solidaridad, niña muy aplicada, tantas como los dos primeros. ¿Cuántas veces han contestado los tres juntos?

18

Aleando 125 kilog. de cobre con 25 idem de estaño y 5 ídem de zinc. ¿Cuántos kilog. de bronce resultarán?

19

Cuatro cajitas contienen: la 1.ª, 48 gomas para dibujo, la 2.ª, 54 más 6, la 3.ª, 72 más 12 y la 4.ª tantas como la 1.ª y la 2.ª. ¿Cuántas gomas hay en la cuarta cajita y cuántas son en totalidad?

20

Arturo tiene en la mano derecha 15 balas, 12 en la izquierda y 18 en un bolsillo. Si Emilio tiene tantas como Arturo más 25. ¿Cuántas tendrán entre ambos?

21

En nuestra época, que hay que pagarlo todo, los gastos de una escuela mixta son; profesor 150 ptas., otras tantas la profesora, 75 una auxiliar, 45 por alquiler del local y 48 por limpieza y alumbrado. ¿Cuál es el gasto mensual de dicha escuela?

22

Si una niña tiene en una mano 50 granos de trigo para los palomos, en la otra tantos como en la primera más 25 y recibe tantos como tiene en ambas manos. ¿Cuántos tendrá en conjunto?

23

Luz, Marina y Amor depositan sus tarjetas postales con paisajes en una cajita. La primera puso 28, la segunda dos veces esta cantidad y la tercera tantas como la primera y la segunda más 15. ¿Cuántas tarjetas hay en la caja?

24

Una población de 15.800 habitantes ha aumentado 6.850 idem en 12 años. ¿Cuántos tiene ahora?

25

La columna vertebral del hombre consta de las siguientes vértebras: 7 cervicales, 12 dorsales, 5 lumbares, 5 del sacro y 4 del coxis. ¿Cuántos son los huesos que forman dicha columna?

26

Un libro tiene 250 páginas, otro tantas como el primero más 65, y un tercero tantas como los dos juntos más 106. ¿Cuántas páginas tienen los tres libros?

27

El río Duero tiene unos 776 kilóm. de longitud, el Tajo 825, el Guadiana 725, el Guadalquivir 600 y el Ebro 725. ¿Cuál es la longitud de los principales ríos de España?

28

Un hombre marchó á América al cumplir 25 años, en donde permaneció por espacio de 15 años, finidos los cuales regresó á Europa, casándose á los 5 años; un año después tuvo un hijo, y cuando éste alcanzó la edad de 18 años falleció el padre. ¿Dígase cuántos años tenía cuando murió?

29

La costa de España en el Mediterráneo es de 252 leguas y 234 en el Atlántico, 184 leguas de frontera portuguesa, 92 leguas de idem francesa y una legua de frontera inglesa por la parte de Gibraltar. ¿De cuántas leguas consta el contorno ó perímetro total de España?

30

Enero tiene 31 días, febrero ordinariamente 28 (29 los bisiestos), marzo 31, abril 30, mayo 31, junio 30, julio 31, agosto 31, septiembre 30, octubre 31, noviembre 30, diciembre 31. ¿Cuántos días tiene el año común? ¿Cuántos el bisiesto?

31

Un cometa periódico, que reaparece cada 76 años, fué visto en 1759. ¿Cuándo se le ha visto después? ¿Cuándo se le verá otra vez?

32

Un compañero ebanista, viendo que yo no tenía muebles, me dió una cómoda, un armario, una cama, una mesa y una silla. Le di las gracias, haciéndole notar que, dándome esos objetos perdía su valor, y me respondió: «Yo hubiera podido vender la silla en 7 pesetas, la mesa en 24, la cama en tanto como la silla y la mesa juntas más... pesetas, la cómoda en 75 pesetas; pero el placer que tengo en dar todo eso á un compañero vale mucho más. Ese es el placer que se tendrá en una sociedad razonable en prestarse un apoyo mutuo. Ya sé que tienes vacía la bolsa; pero, por divertirnos un rato, dime la cantidad que no me debes.»

33

Para hacer jalea de membrillo, puede ponerse un peso igual de azúcar y de membrillos. He hecho tres montones de membrillos y los peso: el primero pesa 641 gramos, el segundo 838 gramos y el tercero 527 gramos. ¿Cuántos gramos de azúcar habré de poner en junto?

34

He subido 5 escaleras: la primera tiene 100 escalones, la segunda 72, la tercera 86, la cuarta 56 y la quinta 43. ¿Cuántos escalones he subido?

35

Tenemos 4 vacas : la primera da $6^{l},75$ diarios de leche, la segunda $7^{l},25$, la tercera $8^{l},75$ y la cuarta $8^{l},75$. ¿Cuántos litros diarios de leche me dan en junto cada día?

RESTAR

Uno tiene 5.160 metros de tela, y emplea primeramente 715 metros, después 219 y por último 320. ¿Cuántos metros le quedan?

36

El peso de tres cajones llenos de mercancías es de 1.565 libras cada uno. El embalaje ó peso de cada cajón es de 175 libras. ¿Cuál será el peso de las mercancías?

37

Mi padre nació en 1845, mi madre en 1849, un hermano mayor, en 1871 y yo en 1876. ¿Cuál es la edad de cada uno en 1906?

38

Un bocoy lleno de aceite pesa 518 kilog. y vacío 105. ¿Cuál es el peso del aceite?

39

Una tahona recibe 8.540 kilog. de harina, de los cuales gasta en pan 1.265 en un día y 896 en otro. ¿Cuántos kilog. le quedan, sabiendo que tenía en existencia 470 kilog.?

40

En una ciudad entran en tres días 450 sacos de arroz el primero, 1.250 sacos el segundo y 890 el tercero. Al cabo de una semana sólo quedan 517 sacos. ¿Cuántos se han gastado?

41

En una escuela hay cuatro salas de clase. En la de párvulos hay 25 alumnos, la elemental contiene 15 más que la de los párvulos, la superior 12 más que la elemental, y la clase de ampliación tantos como la de párvulos y superior reunidas. ¿Cuántos alumnos hay en cada clase y cuántos podría recibir aún esta escuela que puede contener 250?

42

Un granero en el que había 6.890 kilog. de trigo, 8.714 de cebada y 4.518 de avena, recibe 12.600 del primer cereal, 15.000 del segundo y 18.520 del tercero. Vendiendo 9.235 kilog. de cada cereal, ¿cuánto queda de cada clase?

43

Tres personas se reparten 12.340 ptas. representando los beneficios obtenidos por el trabajo de sus obreros: la primera tenía 3.750; la segunda 4.015: ¿Cuántas tocan á la tercera?

44

De 4.600 litros de avena y 4.500 kilog. de paja, tomo 140 litros de avena para mis caballos y 625 litros para las aves de corral, separo 815 kilog. de paja para dichos caballos, 570 para mis vacas, 680 para mis bueyes y 720 para mis carneros. Di á un amigo la avena y la paja sobrantes: ¿Cuánto de cada clase?

45

A un tonel que contiene 280 litros de vino, se le añaden los que faltan hasta 560, después se extraen 315. ¿Cuántos se añaden y cuántos quedan?

46

Un padre de familia que cuenta 74 años tiene 15 años más que su señora; ésta tiene 25 años más que su hijo mayor, y éste 13 años más que su hermana. ¿Cuál es la edad de la madre y de ambos hijos?

47

Una bota se ha llenado con el vino que se le ha echado en tres ocasiones: la 1.ª se echaron 950 litros; la 2.ª 1.050, y la 3.ª 1.760. A otra bota más grande se le echan 1.218 litros la vez primera; 1.560 la 2.ª, y 1.800 la 3.ª. ¿Cuánto vino hay en cada una y cuánto más en una que en otra?

48

Un fabricante vende géneros en una semana por valor de 10.000 pesetas, por cuya confección da á los obreros 1.500 pesetas. ¿Cuánto toma á éstos en forma de ganancia, teniendo en cuenta que el algodón le cuesta 4.080 pesetas?

49

De dos piezas de tela de 45 metros una y 56 la otra se se han cortado 15 metros para camisas de señora, 20 ídem para camisas de caballero, 18 para calzoncillos y 12 para otros usos. ¿Cuántos metros se han cortado y cuántos quedan?

50

En un depósito hay 4.800 sacos de arroz, harina y azúcar. Si de arroz hay 1.240 y de harina hay el doble, ¿cuántos habrá de azúcar?

51

De un corral á otro contiguo que tiene 140 gallinas han saltado 89 de estas aves. ¿Cuántas quedan en el primer corral, sabiendo que en ambos había igual número de gallinas?

52

Un formidable huracán ha derribado en el término de un pueblo 25 árboles en un sitio, 49 en otro, 61 en un tercero. ¿Cuántos árboles han quedado, sabiendo que había 518?

53

Un hombre tiene que recorrer 315 kilómetros en tres días: el primer día recorre 95, el segundo 106. ¿Cuántos recorrerá el tercer día?

54

Un obrero que trabaja tres meses gana: el primero 138 pesetas, el segundo 156 y el tercero 120. Durante este tiempo gasta en su alimentación 260 pesetas, en vestido 95 y en gastos menores 28. ¿Cuánto le ha quedado?

55

Una madre tiene 25 naranjas, da 3 á cada uno de sus cuatro hijos. ¿Cuántas le quedan?

56

En un estanque hay 250 patos. Se sacan 125, pero después se devuelven al agua 34. ¿Cuántos hay ahora en el estanque?

57

Una cadena que tiene 260 eslabones se suelda con otra que tiene 78 eslabones menos. ¿Cuántos tendrá la cadena resultante?

58

Un corral recibió primero 300 conejos y después 125; han muerto 84 y han nacido 190. ¿Cuántos conejos hay ahora en el corral?

59

Los diámetros de los planetas principales son: Mercurio 4.616 kilómetros, Venus 12.730, la Tierra 12.742, Marte 6.753, Júpiter 140.939, Saturno 118.488, Urano 53.950 y Neptuno 48.394. ¿Qué diferencia hay entre el diámetro del Sol, que es de 1.394.260 kilómetros, y el conjunto de los diámetros de los planetas mencionados?

60

Tenía 126 litros de vino en un tonel y 265 en otro. He sacado 63 litros del primero y 112 del segundo. ¿Cuánto vino queda ahora?

61

Un barco que lleva 2.368 quintales de mercancías ha descargado en un puerto 1.500 quintales y ha cargado 3.608. ¿Cuántos quintales lleva ahora?

62

Del Sol al planeta Júpiter hay en término medio 775 millones de kilómetros y de la Tierra al Sol 149 millones de kilómetros. Dígase la distancia existente entre Júpiter y la Tierra en término medio, suponiendo que estos astros están en una misma línea recta.

63

Un rebaño se compone de 98 carneros, 140 ovejas y 115 corderos. Se separan del rebaño 29 carneros, 42 ovejas y 75 corderos. ¿Cuántas reses quedan en el rebaño?

64

Una línea férrea que ha de tener 275 kilómetros de longitud ha sido empezada y abandonada por dos veces: la primera vez se construyeron 38 kilómetros y la segunda 43. ¿Cuántos kilómetros quedan por construir?

65

Una vasija vacía pesa 7 libras, y llena de aceite 26 libras. ¿Cuánto pesa el aceite?

66

Un cesto lleno de manzanas pesa 7 kilogramos; contiene 6 kilogramos de manzanas. ¿Cuánto pesa el cesto vacío?

67

Una caja vacía pesa 943 gramos, y llena de chocolate 6.726 gramos. ¿Cuánto pesa el chocolate?

68

¿En qué número se convertirá 42.735 si se le añadiera 6.918?

69

La velocidad del sonido es de unos 340 metros por segundo, y la de la luz de unos 300.000.000 metros. ¿Cuántos metros recorre aproximadamente por segundo la luz más que el sonido?

70

Un fabricante compra anualmente por unas 42.523 pesetas de materia prima; paga á sus obreros unas 19.657 pesetas y vende por cerca de 95.812 pesetas de artículos fabricados. ¿Cuánta ganancia le proporcionan sus obreros?

71

Un propietario tiene 10 locales que alquila por 125, 112, 254, 362, 195, 476, 1.048, 6.351, 12.739 y 15.273 pesetas anuales. Los inquilinos de los locales que pagan 254 y 195 pesetas se presentan al propietario y le dicen: «Nosotros nacimos el mismo año que tú; hemos trabajado siempre más que tú, y no nos parece justo que tú seas propietario y que nosotros no los seamos, por lo que hemos decidido no pagarte el alquiler.» El propietario les responde: «Tenéis razón, y en vuestro lugar yo haría lo mismo. Consiento en que no me paguéis el alquiler á condición de que no lo digáis á los otros inquilinos y que calculéis lo que yo cobraría cada año: 1.º si todos mis inquilinos me pagasen; 2.º si vosotros no me pagáis; 3.º en caso de negarse á pagarme los inquilinos que pagan menos de 300 pesetas; 4.º en caso de la misma negativa de los de 400 pesetas; 5.º en el mismo caso de los de 1.000 pesetas; 6.º en el mismo caso de los de 6.000 pesetas; 7.º en el mismo caso de los de 12.000 pesetas, y 8.º en el mismo caso de los de 15.000 pesetas.» A lo que responden los dos inquilinos libres del casero. «El dinero no nos importa; haz el cálculo tú mismo.» El propietario lo hace, ¿qué le resulta?

72

Un campesino compra por valor de 8.109 pesetas de géneros diversos, á saber: 2.619 pesetas de arroz, 3.400 de harina, 789 pesetas de judías y el resto de azúcar. ¿Cuánto ha gastado en azúcar? ¿Cuánto hubiera gastado si se hubiera entendido con otros compañeros para cosechar sin gastos las judías, y si, por consiguiente, no hubiera tenido que comprarlas?

73

La sociedad actual está tan mal organizada que se consume, no según las necesidades que se sienten, sino según el dinero que se tiene. Un obrero que necesitaría para vivir sencillamente con su familia unas 300 pesetas mensuales, sólo percibe 200 por su trabajo. La primera semana de enero gasta 53 pesetas, la segunda 54 y la tercera, por haber tenido enfermo uno de sus hijos, 69 pesetas. Calcula que habrá de gastar, antes de fin de mes, unas 21 pesetas en medicamentos, y faltan todavía 10 días para acabar el mes. ¿Cuánto le queda á esa familia para vivir esos 10 días?

74

¿Cuántos huevos hay en 35 cestas conteniendo cada una 18 docenas?

MULTIPLICAR

75

.....onzas hacen 1 quintal. 125 quintales ¿cuántas onzas tienen?

76

Un armario ó librería tiene 8 departamentos y en cada uno de estos hay 4 docenas de libros. ¿Cuántos libros contiene el armario?

77

Una gruesa consta de 12 docenas. ¿Cuántos botones tienen 80 gruesas?

78

Si una caja contiene 12 gruesas de botones. ¿Cuántos botones habrá en 20 cajas?

79

¿Cuántos pañuelos de seda hay en 25 cajas, habiendo en cada caja 12 docenas?

80

En un huerto hay 25 árboles; en un segundo doble número que en el primero; en un tercero, triplo que en el segundo, y en el cuarto, tantos como en el primero y el segundo. ¿Cuántos árboles hay en los cuatro huertos?

81

Si la edad de una niña es de 12 años y la de su abuelo es seis veces mayor. ¿Cuántos años tendrá este último?

82

La suma de las edades de una madre y dos hijos es 64 años. Siendo la edad de la madre el triplo de la del hijo menor, que es 12 años. ¿Cuál es la edad del hijo mayor?

83

Una familia obrera habitó por espacio de 18 años 9 meses la casa de un rico-propietario, pagando en concepto de alquiler 24 ptas. mensuales. Al cabo de dicho tiempo, por crisis de trabajo ocasionadas por el desequilibrio industrial que origina la explotación del obrero por el capitalista, dicha familia dejó de pagar el alquiler, siendo desahuciada *incontinenti* sin ninguna consideración. ¿Dígase el valor de los alquileres percibidos, en dicho período de tiempo por el propietario, quien ha vivido sin trabajar.

84

Un caja contiene 15 docenas de naranjas. ¿Cuántas naranjas contendrán 25 cajas, conteniendo cada una la misma cantidad?

85

Un niño tiene 18 plumas, otro tiene 25 y un tercero 12 veces más que los dos juntos. ¿Cuántas tiene este último?

86

Un caño vierte sus aguas en un estanque á razón de 85 litros por minuto. Al cabo de 3 días y 15 horas de manar sin interrupción se llenó el estanque. ¿Cuántos litros de agua contiene?

87

El diámetro de la Tierra es de 12.742 kilom. de longitud.

Siendo el del Sol unas 112 veces mayor. ¿Cuál será la longitud del diámetro solar?

88

Los trabajadores de una granja trabajan desde las 8 de la mañana hasta las 5 de la tarde, descansando una hora al medio día. Los trabajadores arreglan el trabajo de manera que pueden descansar cada uno 65 días por año. ¿Cuántas horas trabajan anualmente dichos empleados?

89

Esta tarde salí á las 5 y media y he regresado de mi paseo á las 7 y cuarto. ¿Cuántos minutos duró?

90

Una viña tiene 24 hileras de 56 vides y otra 18 hileras de 64. ¿Cuántas vides hay en todo?

91

El volante de una máquina da 1.200 vueltas por minuto. ¿Cuántas dará en hora y media?

92

Tengo 5 gallinas que ponen cada una 6 huevos por semana. ¿Cuántas pondrán en 4 semanas?

93

Una madre de familia recogió 450 nueces. Después de servir un día á la mesa 6 docenas y el siguiente 7 y media quiso saber las que le quedaban. ¿Cuántas eran?

94

Han entrado 5 veces 12 personas en un local, y han salido después la mitad más 7 de dichas personas. ¿Cuántas personas han quedado dentro?

95

18 obreros han hecho una obra en 23 días. ¿Cuántos días habría tardado un solo obrero en hacerla?

96

Un molino es movido por una máquina de vapor cuyo volante da 25 vueltas por minuto; pero mientras el volante da una vuelta, la muela da 4. Esto sabido. ¿Díganse las vueltas que da el volante y las que da la muela en el intervalo de 18 horas?

97

El hombre respira unas 16 veces por minuto. Reteniendo en sus pulmones 23 centímetros cúbicos de oxígeno cada vez que respira, ó sea en cada inspiración. ¿Qué cantidad de oxígeno consume el hombre en 24 horas?

98

Se sabe que el sonido se propaga por medio del aire con una velocidad de 343 metros por segundo. ¿A qué distancia de un observador se hallaban dos nubes tempestuosas, habiendo mediado entre la producción del relámpago y el estampido del trueno 15 segundos?

99

Una fuente da 48 litros de agua por minuto, otra da 37 y una tercera 69. ¿Cuál es la cantidad de agua invertida por las tres fuentes en 8 horas y 25 minutos?

100

Un hombre gasta 3 ptas. diarias para su alimentación, 24 pesetas mensuales para su habitación y 5 ptas. cada semana en otros gastos. ¿Cuánto le queda al cabo del año, ganando 5 ptas. diarias?

101

Un rico que no trabaja gasta 25 ptas. diarias en su alimento, 400 ptas. mensuales en su habitación y 150 ptas. semanales en diversos gastos. ¿Cuánto puede ahorrar si tiene 35.000 pesetas de renta?

102

En un algibe que contiene 6.700 litros de agua hay un orificio por el que se escapan 75 litros por hora. ¿Cuántos litros quedarán al cabo de 28 horas?

103

Un obrero gana 6 ptas. por día y trabaja 26 días al mes. Sabiendo que gasta cada trimestre 395 ptas. ¿Cuánto le queda al año?

104

Hay sobre un vagón 65 sacos de arroz, de peso cada uno 85 kilog. y sobre otro vagón 58 sacos de harina de 120 kilog. cada saco. ¿Cuál es la carga de ambos vagones?

105

Un obrero abre 25 hoyos en un día para plantar vides. ¿Cuántos hoyos abrirán 12 obreros en 6 días, ejecutando un trabajo uniforme?

106

Sabiendo que toda circunferencia se divide en 360 partes iguales llamadas *grados*, ¿cuántas leguas tiene el Ecuador terrestre, teniendo cada grado 20 leguas de longitud?

107

Un biciclista que recorre 25 kilóm. por hora, ha pedaleado desde las 5 hasta las 9 de la mañana. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido?

108

En una superficie de 507.825 kilóm. hay instaladas 879 escuelas mixtas de enseñanza científica y racional, asistiendo á cada una, por término medio, 68 alumnos. ¿Cuántos hay entre todos?

109

Suponiendo que en el planeta Tierra viven 147.938.256 seres humanos y que cada uno pesa por término medio 49.750.310 miligramos, ¿cuál es el peso de la materia humana?

110

Un depósito recibe agua por un caño que cada 1.908 segundos arroja un decil. de dicho líquido. Sabiendo que el expresado depósito tiene una capacidad de 3.978 decil., ¿cuánto tiempo tardará en llenarse?

111

Una persona consume diariamente 1 kg. de pan. ¿A cuántas personas podrá suministrarse dicho alimento en un día, disponiendo de 3.859.768 Hl. harina, si de 1 Hl. resultan 109 kg. de pan?

112

Consta el día de 24 horas. ¿Cuántas horas hay en la semana, que tiene 7 días? ¿en un mes de 28 días? ¿en un mes de 29 días? ¿en un mes de 30 días? ¿en un mes de 31 días? ¿en un año de 365 días? ¿en un año de 366 días?

113

Un siglo es un espacio de 100 años. De 4 en 4 años los años son bisiestos (es decir de 366 días) excepto los años de siglo. Los otros años tienen 665 días. ¿Cuántos días hay en un siglo? ¿cuántas horas hay en un siglo?

114

Una hora tiene 60 minutos. ¿Cuántos minutos hay en un día? ¿en una semana? ¿en un mes de 28 días? ¿en un mes de 29 días? ¿en un mes de 30 días? ¿en un mes de 31 días? ¿en un año común? ¿en un año bisiesto? ¿en un siglo?

115

Un minuto tiene 60 segundos. ¿Cuántos segundos hay en una hora? ¿en un día? ¿en una semana? ¿en un mes de 28, 29, 30 y 31 días? ¿en un año común? ¿en un año bisiesto? ¿en un siglo?

116

Un hombre nació el 6 de enero de 1820 y murió el 25 de noviembre de 1902. ¿Cuántos años vivió? ¿cuántos días? ¿cuántos minutos? ¿cuántos segundos?

117

Subo todos los días una escalera que tiene 23 escalones.

¿Cuántos escalones subo á la semana? ¿al mes de 28, 29, 30 y 31 días? ¿al año? ¿cada 10 años?

118

Un hombre emplea cada mañana 10 minutos en afeitarse. Comenzó á afeitarse á los 20 años y vivió 63 años. ¿Cuánto tiempo ha empleado en esa operación, contando un número exacto de años de los cuales 10 son bisiestos?

119

Un folleto tiene 48 páginas de 35 líneas, á razón de 43 letras por término medio. ¿Cuántas líneas tendrá próximamente el folleto? ¿Cuántas letras por página? ¿Cuántas letras en todo el folleto?

120

Los habitantes de una ciudad consumen unos 23.518 kilog. de pan diarios. ¿Cuántos consumirán en 2 años de 365 días?

121

Una colonia de individuos razonables que se han reunido para producir y consumir en común, sin preocuparse de dinero ni de comercio, cría por término medio 43 gallinas, que ponen unos 126 huevos anuales cada una. Si en lugar de tener huevos gratis, hubieran de comprarlos á razón de 8 céntimos cada uno. ¿Cuánto gastarían al año?

122

Esos mismos colonos tienen unos 28 pollos, que se comen cuando son bastante desarrollados y cebados, y entonces costarían, si hubieran de comprarlos 4 pesetas cada uno, ¿Cuánto gasto se evitan por año?

123

Los mismos problemas para la cría de conejos, palomas, patos, etc.

124

Un amigo de la colonia, á quien se dan productos sin idea de cambio, da tejidos y avíos para fabricar lienzo y tejidos.

Ha dado, por ejemplo, con qué hacer 4 docenas de camisas. Para hacer una camisa se necesitan 3 metros de lienzo á 5 reales el metro; forros y botones 2 reales, y 2 pesetas de hechura. ¿Qué gasto se evitan los colonos en un año, haciendo las 4 docenas de camisas con la tela dada?

125

Del mismo modo, otro amigo les da 16 quintales de café, que les costaría á 6 reales la libra. ¿Qué gasto les evita?

126

Los mismos problemas para vino, cerveza, arroz, capas, gabanes, etc.

127

Suponiendo que un carnero dé 3 kilogramos de lana cada año. ¿Cuántos kilogramos producirá en 6 años un rebaño de 75 carneros?

DIVIDIR

128

Mi padre me dió 149 bonbons para mis amigos y para mí, mi madre 28, un tío mío 45, una tía 35 y un primo 15. ¿Cuántos bonbons me dieron y cuántos me quedan, habiendo dado 35 por la mañana y 93 por la noche?

129

Un terreno de forma cuadrada de 156 metros de lado se ha de plantar de vides. ¿Cuántas cabrán en dicho terreno si cada una ocupa 150 decímetros cuadrados de superficie?

130

De la Tierra á la Luna hay 400.000 kilómetros de distancia próximamente. ¿Cuántos días se tardaría en ir á nuestro satélite, suponiendo que se pudiera viajar en un tren que caminara 95 kilómetros por hora?

131

Un niño preguntó á su papá la hora que era y éste le contestó: son los dos sextos de las 24 horas que tiene el día. ¿Qué hora era?

132

Dos caños que vierten sus aguas á un depósito, da el uno 15 litros por minuto y 25 litros el otro, tardando 4 horas y media en llenarlo. ¿En cuántas horas lo llenaría el primer caño?

133

Un fumador que gasta diariaments 40 céntimos de peseta, desea saber á cuántos duros asciende lo gastado en 25 años. Averígüese.

134

Si de 100 kilogramos de harina resultan con la adición de sal y agua 140 kilogramos de pan, ¿cuántos panes de dos kilogramos resultarán de dos sacos de harina de 80 kilogramos de peso cada uno?

135

Un obrero despedido de una fábrica por sustentar ideas humanitarias, para no morirse de hambre se pone á vender plumillas, dando 4 por 5 céntimos de peseta. ¿Qué beneficio sacaría de la venta de 60 cajas, conteniendo cada una 12 docenas y pagando 5 reales por caja?

136

En una viña que tiene 5.800 metros cuadrados de superficie se han de plantar cepas, asignando á cada una 165 decímetros cuadrados. ¿Cuántas cepas se plantarán?

137

La población absoluta de Europa se calcula en 383 millones de habitantes, y su extension superficial en 9 millones 700 mil kilómetros cuadrados. Calcúlese su población relativa, ó sea el número de habitantes por kilómetro cuadrado.

138

En una familia compuesta de siete individuos, el padre gana 14 reales, la madre 6 y el hijo mayor 12. Los gastos de manutención son de 26 reales diarios, el alquiler 20 pesetas mensuales y los de vestir y otros se calculan en 15 pesetas al mes. Averígüese si los haberes de esta familia se nivelan ó no con los gastos, sabiendo que no trabajan más que 26 días al mes de 30.

139

Un hombre hizo un viaje en 26 días, andando 35 kilómetros por día. Si á su regreso anduvo solamente 28 kilómetros diarios, ¿cuántos días invirtió en el mismo y cuánto gastó por día, sabiendo que en la ida y en la vuelta gastó 174 pesetas?

140

Un industrial explotador, cuyo capital, como el de todos los capitalistas, se acumula merced á las privaciones de la clase obrera, ha determinado, contando de antemano con la inconsciencia de sus obreros, rebajar 2 reales á cada una de las 252 piezas que semanalmente le elaboran sus esclavos. Dígase cuánto representa esta rebaja al cabo de un año, cuántos obreros trabajan en su fábrica, sabiendo que cada uno fabrica 6 piezas semanalmente y cuánto roba á cada obrero.

141

La superficie de una huerta de forma trapecial, cuya base mayor mide 758 metros, la menor 497 y la altura ó distancia de ambas es de 250, quiere dedicarse, dos sextas partes á la plantación de hortalizas, y el resto á la de árboles frutales. Ocupando cada uno de éstos una superficie de 9 metros cuadrados, ¿cuántos se podrán plantar?

142

Un labrador vende 260 quintales de paja á 3 reales la arroba, y su importe lo emplea del modo siguiente: un quinto en instrumentos de labranza, la mitad del resto en ropa para él y su familia y lo sobrante para el dueño de la tierra en concepto de arrendamiento, pues si bien no contribuye en nada con su esfuerzo personal á la producción, la ley lo proteje para que en forma de renta usurpe una parte del trabajo de sus colonos.

143

¿Cuántas camisas para señora se harán de 6 piezas de tela, de tiro cada pieza 35 metros, necesitándose para cada camisa 12 palmos? (El metro tiene 5 palmos próximamente.)

144

¿Cuántas veces podremos llenar una damajuana de 16 litros de capacidad de 3 tinajas que contienen, uno 17 decalitros, otro 2 hectol. y la última 157 litros? (El decal. tiene 10 litros y el hect. 10 decal. ó 100 litros).

145

Un hombre respira 18 veces por término medio en un minuto, introduciendo unos 10.000 litros de aire en sus pulmones en 24 horas. ¿Cuántos litros respira en una hora, en un minuto y en un segundo?

146

Un litro de aire atmosférico pesa 129 centigr. y otro de hidrógeno pesa 14 veces menos. Sabiendo que cien centigramos forman un gramo. ¿Cuántos gramos pesan los 125.000 litros de aire contenidos en una habitación y cuánto pesarían si dichos litros fuesen de hidrógeno?

147

He recibido de Alemania 15 cajas de sobres, conteniendo cada una 2.500. ¿Cuántos paquetes ó fajos se podrán formar de 25 sobres cada uno?

148

Las 15 cajas de sobres del problema anterior valen 1.500 reales. ¿A cómo valdrá cada uno de los fajos de 25 sobres?

149

De una pieza de paño que tiene 45 canas, cuántas americanas pueden salir, entrando 2 metros en cada una?

150

En una viña hay 5.600 cepas, cada cepa produce 6 libras de uvas por término medio y cada 12 libras dan un litro de vino. ¿Cuántas botas de 250 litros se podrán llenar?

151

Sabiendo que la luz recorre 300.000 kilóm. por segundo, dígase á qué distancia de la Tierra se encuentra la estrella Alfa, del Centauro, cuya luz tarda 3 años y medio en llegar á nosotros?

152

Con el contenido de 6 barriles de vino de cabida cada uno $4\frac{1}{2}$ hectol. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro se podrían llenar?

153

En un estanque caen tres caños de agua: uno da 5 litros por minuto; otro 8 litros por idem, y el último da 20 litros en 4 minutos. Cabiendo en el estanque 10 metros cúbicos, ¿cuántas horas tardará en llenarse?

154

Una persona ha recibido 24 docenas de manzanas en dos cajones, conteniendo uno 68 manzanas más que el otro. ¿Cuántas manzanas hay en cada cajón?

155

Un campo de forma cuadrada, que tiene de lado 259 metros, se quiere plantar de naranjos. Ocupando cada árbol 450 decímetros cuadrados, ¿cuántos cabrán en el referido campo? (El metro cuadrado tiene 100 decímetros cuadrados.)

156

En un terreno de 200 metros de longitud por 89 metros de latitud, ¿cuántos limoneros se podrían plantar, ocupando cada uno 2 metros cuadrados de superficie, y cuánto producirían, suponiendo que uno con otro diesen á su debido tiempo un centenar de limones vendidos á 30 céntimos de peseta la docena?

157

Un estanque tiene 84 metros cúbicos de capacidad, y por un orificio pierde 9 litros por segundo. ¿Cuántas horas tardará en vaciarse?

158

Un niño tenía 30 objetos y recibió 15 más, regaló la quinta parte de los mismos. ¿Cuántos le quedaron?

159

¿Cuántos mecheros de gas que arden durante 5 horas, gastando 12 litros de gas por hora, podrán alimentarse con el contenido de un gasómetro cuya capacidad es de 28.000 metros cúbicos?

160

Un tío reparte entre sus tres sobrinos 3.500 ptas. según sus necesidades. Al mayor da las 2 quintas de dicha suma; el segundo percibe 3 cuartas del resto, y el nuevo resto es la parte del más joven. ¿Cuánto tocó á cada sobrino?

161

Preguntando un niño por los años que tenía, respondió: si multiplicas por 25 los años que tengo, divides el producto por 7 y sumas 50 al cociente, obtendrás el número 100. ¿Cuántos años tengo?

162

Un labrador abre tres surcos cada 12 minutos. ¿Cuántos surcos abrirá arando uniformemente en 5 horas y media?

163

Un segador siega 18 gavillas en una hora, trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos días habrá empleado en segar 864 gavillas contenidas en un campo?

164

Cierto número de hombres consumen en 30 días 1.125 libras de pan. Tocando á cada uno 2 $\frac{1}{2}$ libras. ¿Cuántos hombres serán?

165

Un panadero en un día de trabajo elabora 460 panecillos, 20 de los cuales pesan en junto 6 libras. ¿Cuántos panaderos que realizaran el mismo trabajo serían necesarios para elaborar un número de panecillos cuyo peso fuese de 240 libras?

166

Un campo de 4 Ha. produce por metro cuadrado 1 ½ litro de trigo. ¿Cuántos sacos de cabida 8 ½ Dl. se podrían llenar en la recolección?

167

De 20 kilog. de trigo resultan 18 idem de harina, y 10 de estos dan 14 kilog. de pan. ¿Cuántos panes de 6 libras resultarían de 6 de trigo?

168

Una ciudad tiene 65.000 habitantes. Si cada uno de éstos consume por término medio 9 onzas de carne diariamente, ¿cuántos se consumirán en una semana, en un mes y en un año?

169

Un campo de forma rectangular de 120 metros de longitud por 65 ½ idem de latitud ha de plantarse de vides. ¿Cuántas cabrán si cada una ocupa una superficie de 75 decímetros cuadrados?

170

¿Cuántas piezas de paño, de peso cada una 8 kilog., podrían tejerse de la lana de un rebaño de 300 carneros, produciendo cada rumiante por término medio 4 ½ libras y teniendo en cuenta que en el lavado pierde la lana una tercera parte de su peso?

171

Dos caños vierten sus aguas á un depósito, dando uno 7 litros por minuto y el otro 24 litros en 6 minutos; el depósito tiene un orificio por el que se escapan 6 litros por minuto.

Habiendo tardado en llenarse 8 horas. ¿Cuántos litros de agua caben en dicho depósito?

172

Cuántas toneladas métricas de trigo necesitaría una ciudad de 25.000 habitantes, calculando que cada arroba de trigo diese 37 libras de pan y suponiendo que cada habitante consumiese 2 libras de ídem?

173

Hacía 5 horas que había salido un coche que recorría 12 kilóm. por hora, cuando salió otro para alcanzarle cuyo recorrido era de 16 kilóm. por hora. ¿Cuántas horas empleó en alcanzarle?

174

De la era del granero hay que transportar 240 sacos de trigo. Un obrero transporta la mitad de los sacos, otro la tercera parte de los que quedan y un tercero el resto. ¿Cuánto lleva este último?

175

4 personas han de repartir 8.350 objetos: la primera ha de retirar 2.300; la segunda, 540 más que la tercera, y ésta, 230 más que la cuarta. Dígase la cantidad de cada una de las tres últimas.

176

El planeta Neptuno se encuentra por término medio á 4 billones 470.000 millones de kilómetros del Sol, y la Tierra por término medio á 149 millones. ¿Cuántas veces por término medio está Neptuno más lejos del Sol que de la Tierra?

177

¿Cuántos panes de 6 libras se obtendrán con 1.500 libras de harina, absorbiendo ésta en el amasijo unas 855 libras de agua, de las que se evaporan 332 en la coción de la masa?

178

¿Cuántas semanas de 7 días hay en un año de 365 días?

179

Si se divide una circunferencia de círculo en 360 partes iguales llamadas grados, ¿cuántos grados hay en el semicírculo? ¿el cuarto de círculo? ¿el octavo de círculo?

180

La Tierra gira alrededor del Sol en unos 365 días, y Neptuno en unos 164 años y 280 días. ¿Cuántas veces aproximadamente gira la Tierra alrededor del Sol mientras Neptuno da una sola vuelta?

181

Urano gira alrededor del Sol en unos 84 años y 7 días; Saturno, en unos 29 años y 166 días; Júpiter, en unos 11 años y 314 días; los asteroides, en unos 4 años y 122 días; Marte, en unos 686 días. ¿Cuántas veces aproximadamente gira la Tierra alrededor del Sol mientras Urano hace una sola revolución? ¿y Saturno? ¿y Júpiter? ¿y los planetas telescópicos? ¿y Marte?

182

Venus gira alrededor del Sol en unos 225 días y Mercurio en unos 88 días? ¿Cuántas veces cumplen esta revolución mientras la Tierra gira una sola vez alrededor del Sol?

183

Un pliego de papel doblado cierto número de veces puede hacer 16 páginas de un volumen. Un volumen tiene 496 páginas. ¿Cuántos pliegos se necesitan para hacerle?

184

Si los hombres fueran razonables, trabajarían juntos en el cultivo de los árboles, y se repartirían como compañeros las frutas sabrosas y nutritivas. En nuestra época, cuando se ven cestos de naranjas, no se piensa: «Cómo van á ponerse alegremente á la disposición de los que las necesiten, después de haber tenido la alegría de cultivarlas.» Se piensa: «¿Quiénes pueden pagarlas?» y se les atribuye un valor mercantil. Se dirá por ejemplo: ¿Cuál es el valor de 159 cestos de naranjas cada uno con 250 naranjas á 15 céntimos de peseta la docena?

185

En la sociedad actual no se piensa en la felicidad de hacer circular la substancia útil entre los hombres. Se prefiere dejar que se pierda la substancia antes que darla á los necesitados que no pueden pagarla. Estimando únicamente la ganancia posible, se dirá, por ejemplo: «Un quintal de bacalao vale 188 reales: ¿á cómo venderé la libra para ganar en él 5 pesetas?»

186

Se dirá también: Uno tenía 6 cestas de huevos y cada una contenía 14 docenas: ¿Cuánto importan á razón de 6 céntimos de peseta cada uno?

187

Se fabricarán objetos, no para los que los necesiten, sino para los que pueden pagarlos, y si aquellos los piden se les responderá: «Tenéis necesidad; pero, como no podéis pagar, no se os darán.» No se piensa en la alegría del trabajo debidamente realizado, ni en los productos justamente repartidos; se piensa en explotarse los unos á los otros, y por eso todo se traduce por preocupaciones de dinero, de precio de coste, de ganancia. No se dirá: «Hagamos cantando muebles para los que no tienen, mientras que éstos, cantando también, hacen otro trabajo recíprocamente.» Se dirá: «De cuatro tablones que cada uno vale 8 pesetas, salen 6 muebles, que se venderán cada uno á 15 pesetas. ¿Cuánto se ganará, teniendo en cuenta que se han empleado 7 jornales de 4 pesetas cada uno?»

188

Se dirá también: En un bazar de ropas hay 25 docenas de gorras; de ellas 7 docenas valen á 6 reales la gorra, 8 docenas á 2 pesetas id., y un resto á 12 reales una; 50 docenas de pantalones á 10 pesetas uno; 400 americanas á 112 pesetas docena. ¿Cuál es su valor total?

189

La idea de cambio debería ser reemplazada por la de circulación de la substancia, realizada espontáneamente por los individuos razonables. En efecto, ¿cómo se ha de cambiar, por ejemplo, si los otros precisamente no tienen necesidad de lo que se les puede ofrecer? ¿Si se les ofrece naranjas, por ejemplo, y tienen ya de sobra? No servirá decirles: «Os ofrezco 4 naranjas á cambio de cada granada; pero si se acepta el trato, ¿cuántas granadas me darán por las 3.560 naranjas de que dispongo?

190

Si los hombres fueran razonables, los problemas de dinero ya no existirían. No se diría, por ejemplo: «Una persona tiene 120 duros; si gasta cada día 26 reales, ¿cuántos días le durará aquella cantidad?

191

Se trataría, por ejemplo, de conocer la cantidad de almendras necesaria en tal punto, y de enviarla; pero no se diría: «¿Cuántas pesetas valen 6 sacos de almendras, conteniendo cada uno 4.500 á 45 céntimos de peseta el 100?

192

No se diría: «¿Cuánto valen 250 barriles de vino de 350 litros cada uno, á 26 $\frac{1}{2}$ pesetas la carga de 121 litros?»

193

No se dirá tampoco: ¿Cuánto importan 6.782 pares de alpargatas á 13 $\frac{3}{4}$ pesetas la docena?»

194

Ni: «¿cuánto valen 14 cajas de plumas de 12 docenas, vendiéndolas á 10 céntimos de peseta cada 7 plumas?

195

Ni: «12 metros de tela han costado 96 reales. ¿Cuánto costarán 125 metros de la misma tela y 85 metros de otra tela que vale 2 reales más por metro?

196

Ni: «¿Cuál es el valor de 65 bocoyes de aceite de peso bruto 495 kilogramos; peso del embalaje 86 idem cada bocoy, á 36 duros la carga?»

197

Si los hombres fueran razonables, la aritmética les suministraría un precioso medio de resolver los problemas más sencillos de la existencia, lo mismo que los de orden más elevado?

198

Se puede hacer cierta clase de pastel con una libra de harina, cuatro huevos, un cuarterón de azúcar y media libra de almendras. ¿Cuántos pasteles de la misma clase podrían hacerse con 53 kilogramos de almendras, sabiendo que cada kilogramo equivale á 2 libras? ¿Qué cantidad de harina, huevos y azúcar se necesitaría para hacer esos pasteles?

199

¿Cuántos niños podrían colocarse en una superficie de 3.970.935, si cada uno ocupa 296?

200

La distancia media entre el Sol y la Tierra es de unos 149 millones de km., corriendo la luz con una velocidad de 299.876 km. por segundo, ¿cuánto tarda la luz de aquel astro en llegar á éste?

201

Un litro de agua destilada á la temperatura de 4 grados centígrado (ó sea á su densidad máxima) pesa 1,000.000 mg. y un litro de aire pesa 1.293 mg., ¿cuántos litros de aire son necesarios para obtener el peso de 1 litro de agua?

202

Hay un número que dividido por 297.801 da 504 de cociente y 796 de residuo, ¿qué número es éste?

La enseñanza libre resultará estéril mientras los programas no tengan por fundamento una biblioteca formada expresamente.

Atendiendo á esta importantísima consideración, la **Escuela Moderna**, tanto para sí como con el propósito de ayudar á las que se establezcan con análogo propósito, ha fundado su biblioteca, para lo cual ha publicado ya las obras siguientes:

OBRAS PUBLICADAS

Cartilla. Primer libro de lectura.
Aventuras de Nono. Segundo libro de lectura.
Patriotismo y Colonización. Tercer libro de lectura.
Cuaderno Manuscrito. Pensamientos humanitarios.
Origen del Cristianismo. Cuarto libro de lectura.
Epítome de Gramática Española, por Fabián Palasí.
Resumen de Historia de España, por Nicolás Estévanez.
Compendio de Historia Universal, por Clemencia Jacquinet.
Tomo I. Tiempos prehistóricos hasta el Imperio Romano.
Tomo II. Edad Media y Tiempos Modernos.
Tomo III. De la Revolución francesa hasta nuestros días.
Nociones de Idioma Francés, por Leopoldina Bonnard.
La Substancia Universal, por A. Bloch y Paraf-Javal.
Geografía Física, por el Dr. De Buen. Prefacio de Elíseo Reclús.
León Martín, por C. Malato.
Psicología Étnica, primera parte, por Ch. Letourneau.
Botiquín escolar, por el Dr. Martínez Vargas.

Cantos de la Escuela Moderna

Los Juguetes. Letra de N. Estévanez. Música de A. Codina.
¡Empecemos! Letra de F. Salvochea. » » » »
La Vida. Letra de Jaime Bausá. Música de Pedro Enrique de Ferrán.

Próxima á publicarse

Nociones sobre las primeras edades de la humanidad, por J. Engerrand.

En preparación

Geometría y otras.

Para cada volumen 2 pesetas. Cartilla y Cantos 1 pesetas. A los señores corresponsales 25 % descuento. A los envíos del exterior se carga el franqueo. A las escuelas descuento especial.

BOLETÍN DE LA ESCUELA MODERNA.—Publicación mensual, á excepción de Julio y Agosto, dedicada á la difusión de las novedades pedagógicas y al estudio de los importantes temas que abren amplia vía al progreso de la humanidad; utilísima á los profesores y á cuantas personas deseen estar al corriente de la moderna orientación del pensamiento.

Precio: **2** pesetas anuales; exterior, **2'50** pesetas

ESCUELA MODERNA

CALLE DE BAILEN 70 BARCELONA